☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　問題①

1　次の各問に答えよ。

〔問１〕　$-7+8\times\left(-\frac{1}{4}\right)$ を計算せよ。

〔問２〕　$9(a+b)-(a+3b)$ を計算せよ。

〔問３〕　$(\sqrt{7}+6)(\sqrt{7}-2)$ を計算せよ。

〔問４〕　一次方程式 $x-5=3x+1$ を解け。

〔問５〕　連立方程式 $\begin{cases} 4x-y=9 \\ x-6y=8 \end{cases}$ 解け。

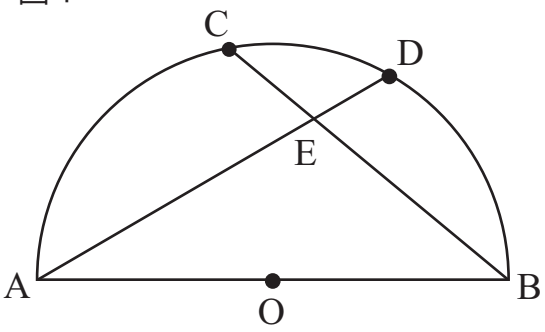
〔問６〕　二次方程式 $x^2-12x+35=0$ を解け。

〔問７〕　右の表は，ある中学校の3年生男子全体のハンドボール投げの記録を，度数分布表に整理したものである。
26m以上投げた生徒の人数は，3年生男子全体の何%か。

階級（分）	度数（人）
以上　未満	
10 ～ 14	1
14 ～ 18	2
18 ～ 22	5
22 ～ 26	5
26 ～ 30	4
30 ～ 34	3
計	20

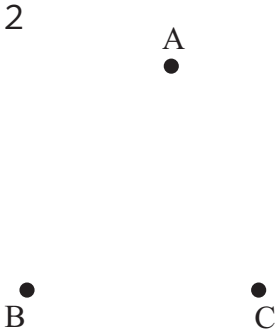
〔問８〕　下の図１で，2点C，Dは，線分ABを直径とする半円OのAB上にある点で，
$\overset{\frown}{AC}=\frac{4}{9}\overset{\frown}{AB}$，$\overset{\frown}{BD}=\frac{1}{3}\overset{\frown}{AB}$ である。
線分ADと線分BCとの交点をEとする。
∠AECの大きさは何度か。

図１



〔問９〕　右の図２のように，３点A，B，Cがある。
解答欄に示した図をもとにして，３点A，B，Cのそれぞれから等しい距離にある点Pを，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Pの位置を示す文字Pも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図２



☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　問題②

2

ある中学校で, Sさんが作った問題をみんなで考えた。次の各問に答えよ。

［Sさんが作った問題］

l を正の数とする。

右の図１に示した立体は, ∠ACB＝90°の直角三角形 ABCを,

辺ACを通る直線を軸として1回転させたときにできる円すいである。

辺ABの中点をMとし, 点Mを通り底面に平行な平面と円すいが

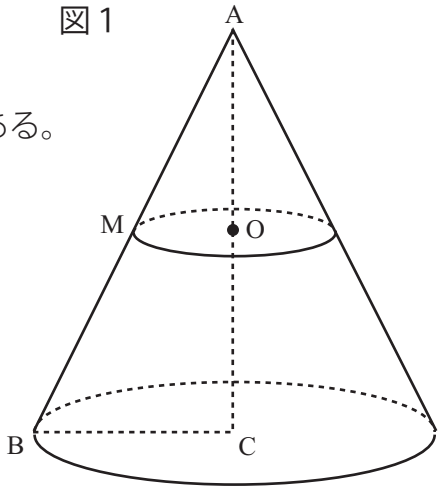
交わってできる円の中心をOとする。

円Oの周の長さをl cm, 線分ABを母線とする円すいの側面積

をPcm^{2}とする。

AB＝9cm, l ＝4 π cmのとき, Pの値を求めてみよう。

図１



［問１］

［Sさんが作った問題］で, Pの値を求めよ。ただし円周率は π とする。

先生は, ［Sさんが作った問題］をもとにして, 次の問題を作った。

［先生が作った問題］

a , l を正の数とする。

右の図２に示した立体A－BCDEは, 底面BCDEが正方形で,

AB＝AC＝AD＝AEの正四角すいである。

辺BCの中点をFとし, 頂点Aと点Fを結ぶ。

辺AB, 辺AC, 辺AD, 辺AEの中点をそれぞれG, H, I, Jとし,

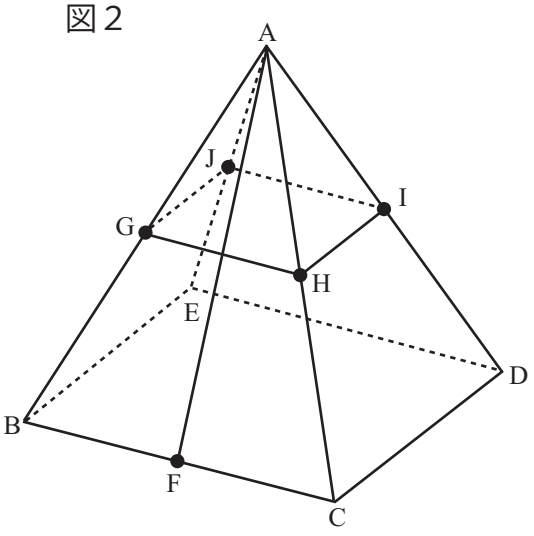
点Gと点H, 点Hと点I, 点Iと点J, 点Jと点Gをそれぞれ結ぶ。

AF＝a cm, GH＋HI＋IJ＋JG ＝$l$cm, 立体A－BCDEの

側面積をQcm^{2}とするとき, Q＝alとなることを確かめ

なさい。

図２



［問２］

［先生が作った問題］で, Q＝alとなることを証明せよ。

☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　問題③

3

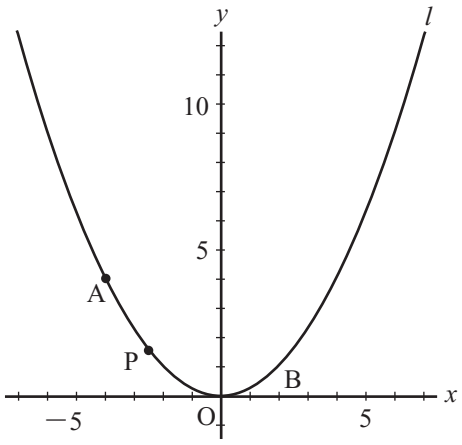
右の図１で, 点Oは原点, 曲線lは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点A, 点Bはともに曲線l上にあり, x座標はそれぞれ-4 , 2 である。

曲線l上にある点をPとする。

座標軸の1目盛りを1cmとして, 次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕

点Pのy座標をaとする。点Pが点Aから点Bまで動くとき,

aのとる値の範囲を不等号を使って, □≦a≦□で表せ。

〔問２〕

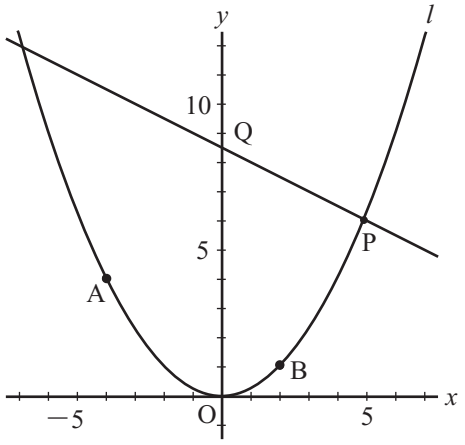
右の図２は, 図１において, 点Pを通り傾き$-\frac{1}{2}$ の直線を引き, y軸との交点をQとした場合を表している。

次の①, ②に答えよ。

① 異なる2点A, Pを通る直線がx軸と平行になるとき, 2点A, Qを通る直線の式を求めよ。

② 点Pのx座標が2より大きい数であるとき, 点Aと点B, 点Aと点Q, 点Bと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。△ABQの面積が30cm^{2}のとき, 点Pの座標を求めよ。

図２



☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　問題④

4

右の図１で, 四角形ABCDは正方形である。

　点Pは辺BC上にある点で, 頂点B, 頂点Cのいずれにも一致しない。

頂点AとPを結ぶ。

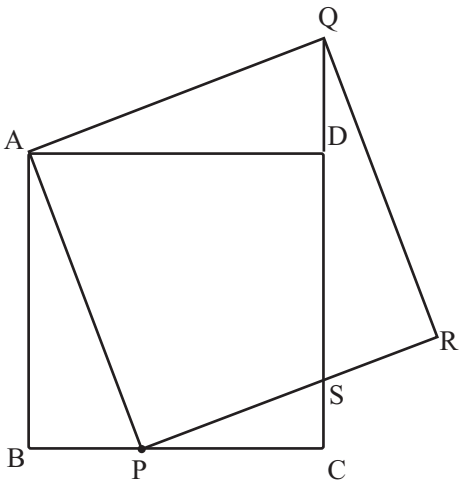
頂点Aを通り線分APに垂直な直線と, 辺CDをDの方向へ延ばした直線との交点をQとする。

　点Pを通り線分APに垂直な直線と, 点Qを通り線分APに平行な直線との交点をRとする。

線分PRと辺CDとの交点をSとする。

次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕

図１において, ∠PABの大きさをa°とするとき, ∠CSPの大きさをaを用いた式で表せ。

〔問２〕

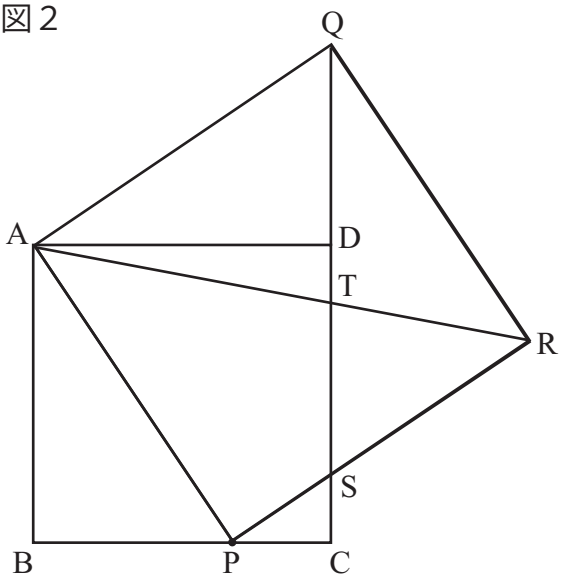
右の図２は, 図１において, 頂点Aと点Rを結び, 線分ARと辺CDとの交点をTとした場合を表している。

次の①, ②に答えよ。

①　△ABP≡△ADQであることを証明せよ。

②　図２において, AB＝9cm, BP＝6cmのとき, 線分QTの長さは何cmか。

図２

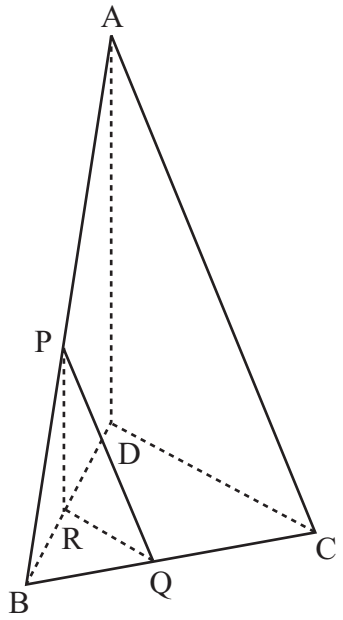


☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　問題⑤

5

右の図１に示した立体A－BCDは，AB＝AC＝12cm，
BC＝BD＝CD＝6cm，∠ADB＝∠ADC＝90°の三角すいである。
辺AB上にあり，頂点A，頂点Bのいずれにも一致しない点をPとする。
点Pを通り辺ACに平行な直線を引き，辺BCとの交点をQ，
点Pを通り辺ADに平行な直線を引き，辺BDとの交点をRとする。
点Qと点Rを結ぶ。
次の各問に答えよ。

図１



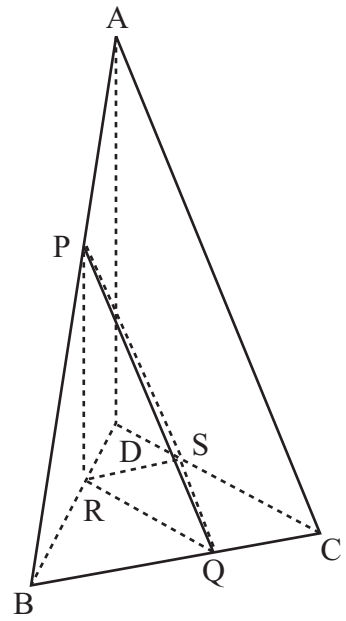
〔問１〕

図１において，AP＝6cmとき，△のPRQの面積と三角ADCの
面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

〔問２〕

右の図２は，図１において，点Rを通り辺BCに平行な直線を引き，
辺CDとの交点をSとし，点Pと点S，点Qと点Sをそれぞれ結んだ
場合を表している。
AP：PB＝1：2のとき，立体P－RQSの体積は何cm^3か。

図２



☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答③

〔問７〕

表より，3年生男子20人のうち，26m以上投げた生徒の人数は，4＋3＝7（人）となります。

よって，　$\frac{7}{20}\times100=35$（%）　……（答え）

階級（分）			度数（人）
以上		未満	
10	～	14	1
14	～	18	2
18	～	22	5
22	～	26	5
26	～	30	4
30	～	34	3
計			20

26m以上投げた生徒の人数

〔問８〕

図１のように，点Oと点C，Dをそれぞれ結びます。

図２，円周角の大きさは，弧の長さに比例するので，

$\overset{\frown}{AC}=\frac{4}{9}\overset{\frown}{AB}$　より，$\angle AOC=\frac{4}{9}\times180^\circ=80^\circ$

$\overset{\frown}{AC}$に対する中心角と円周角の関係より，

$\angle ABE=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$

図３，$\overset{\frown}{BD}=\frac{1}{3}\overset{\frown}{AB}$　より，$\angle BOD=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$

$\overset{\frown}{BD}$に対する中心角と円周角の関係より，

$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

図４，△ABEにおいて，三角形の内角・外角の性質より，

$\angle AEC=\angle ABE+\angle BAE=40^\circ+30^\circ=70^\circ$　……（答え）

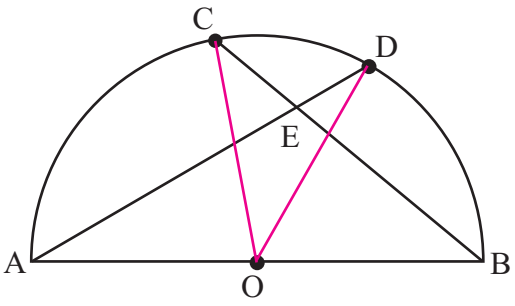


図１

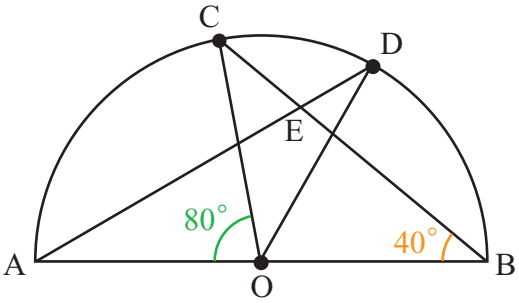


図２

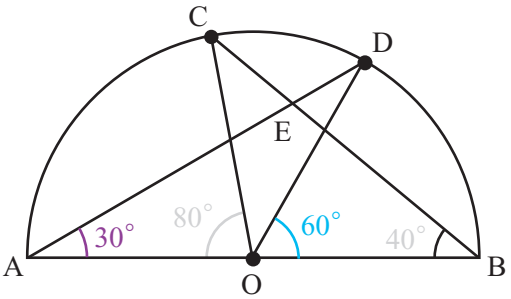


図３

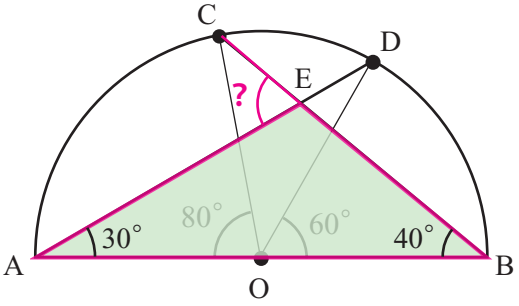
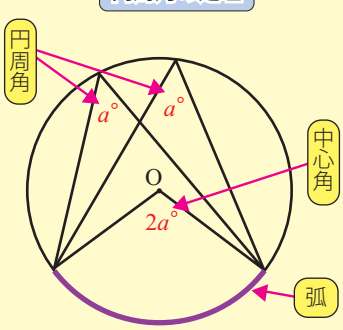


図４

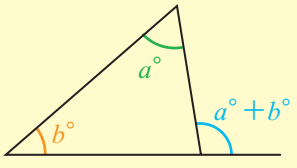
円周角の定理



１つの弧に対する円周角は等しく，その弧に対する円周角は，中心角の半分となる。

三角形の内角・外角の性質

三角形の外角は，それと隣り合わない２つの内角の和に等しい。



☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答④

〔問９〕

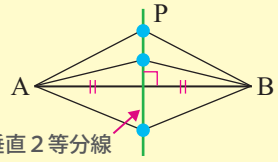
方針

2点から等しい距離にある点は，その2点を結ぶ線分の垂直二等分線上にあることを利用。

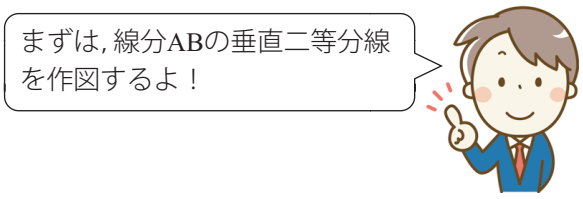
→ 線分ABの垂直二等分線を作図。→ 線分ACの垂直二等分線を作図。→ これら2つの垂直二等分線が交わる点Pが3点から等しい距離となる。

２点から距離が等しい点

２点A，Bからの距離が等しい点は，線分ABの垂直二等分線上にある。



解答



条件反射

「２点からの距離が等しい点」とあったら，垂直二等分線を作図。
「角の２辺からの距離が等しい点」とあったら，角の二等分線を作図。

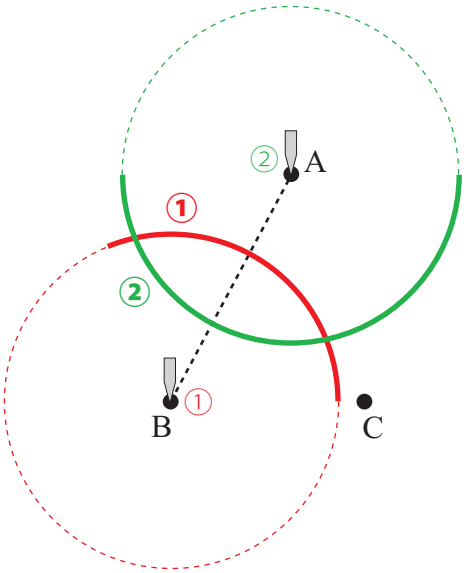


図１

図１，①，②，2点A，Bを中心とする半径の等しい円（弧）をそれぞれかきます。

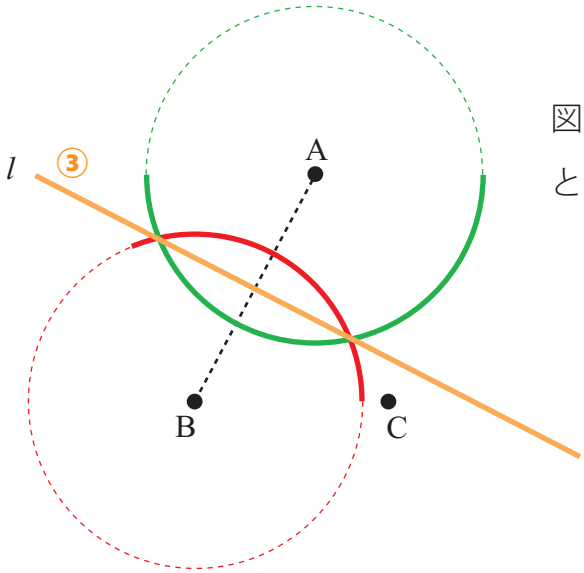
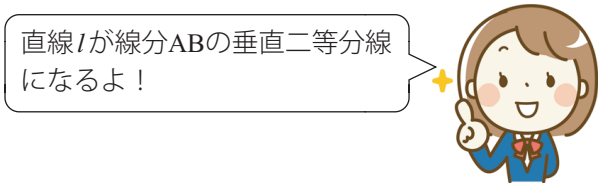


図２

図２，③，この2つの交点を通る直線を引き，その直線をlとします。



☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答⑥

2

〔問１〕

図３のように，2点O，Mを結ぶと，AM＝MB，

MO//BCとなるので，

中点連結定理・中点連結定理の逆より，

AO＝OC，BC＝2MO となります。

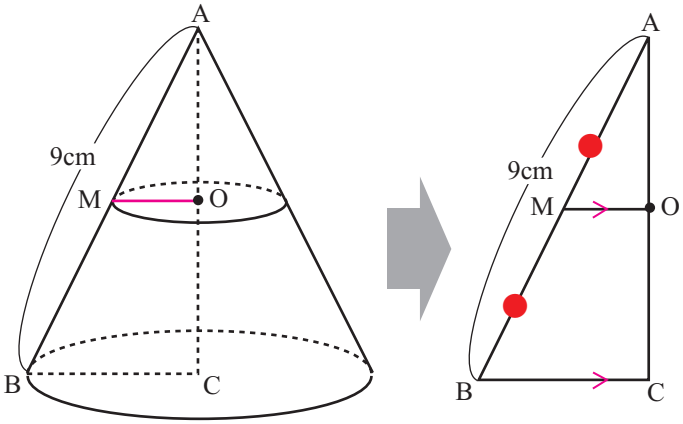


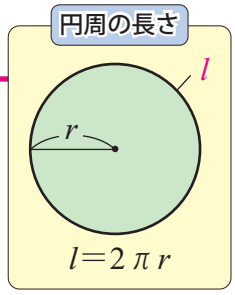
図３

図４，円Oは周の長さが4π cmより，

$2\pi \times MO = 4\pi$

よって，MO＝2（cm）

BC＝2MOより，BC＝2×2＝4（cm）



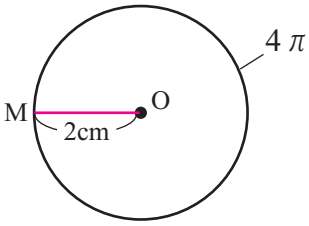


図４

図５，円錐の側面を展開したおうぎ形の弧の長さ（橙色）は，

底面の円周の長さ（水色）と等しいから，

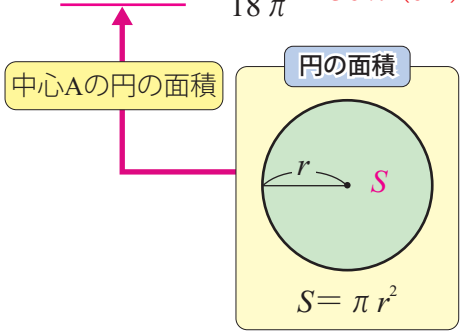
このおうぎ形の弧の長さは，$2\pi \times 4 = 8\pi$（cm）

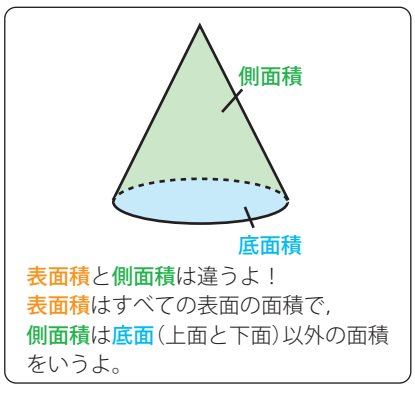
中心Aの円周の長さは，$2\pi \times 9 = 18\pi$（cm）

おうぎ形の面積は，弧の長さに比例するので，

求める円錐の側面積P（おうぎ形の面積）は，

$$P = 9 \times 9 \times \pi \times \frac{8\pi}{18\pi} = 36\pi\ (\mathrm{cm})^2 \quad \cdots\cdots(\text{答え})$$





「底面の円周の長さ」＝「おうぎ形の弧の長さ」

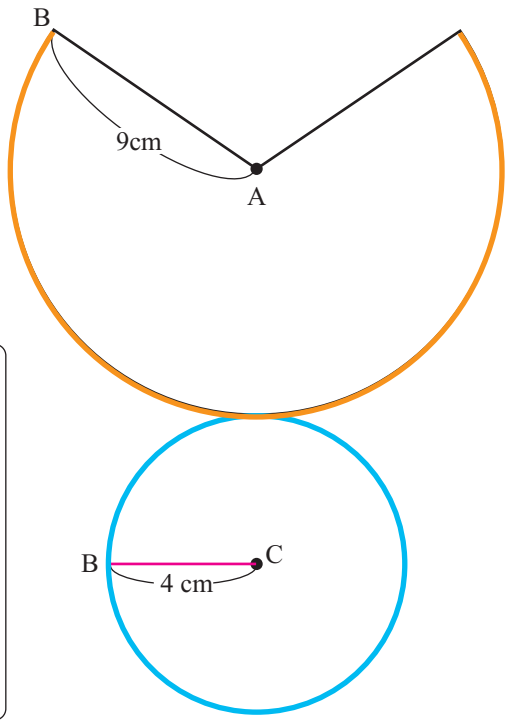
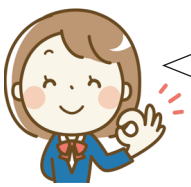


図５



「円錐の側面積」＝「母線の長さ」×「底面の半径×円周率（π）」
の公式を知っていると，
$9 \times 4 \times \pi = 36\pi\ (\mathrm{cm})^2$ と簡単に求めることができるよ！

☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答⑩

これより，2点A$(-4, 4)$，Q$(0, 6)$を通る直線AQの傾きは，

$$\frac{6-4}{0-(-4)}=\frac{1}{2}$$

直線の傾き＝変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$

Q$(0, 6)$より，y切片（$x=0$を代入したときのyの値）が6とわかるので，

$$y=\frac{1}{2}x+6 \quad \cdots\cdots(\text{答え})$$

傾きがa，y切片がbのときの直線の方程式は，
$y=ax+b$

〔問2〕②

$$y-6=\frac{6-4}{0-(-4)}(x-0)$$

$$y-6=\frac{1}{2}x$$

$$y=\frac{1}{2}x+6$$

知っ得

2点(x_1, y_1)，(x_2, y_2)を通る直線の方程式は，

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

または

$$y-y_2=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_2)$$

※知っ得の公式は，高校で習います。

方針

直線ABとy軸との交点をRとすると（図5参照），△ABQ＝△AQR＋△BQRで，△AQRと△BQRの面積は底辺QRが共通となる。→底辺QRの長さを求めるために点Rの座標を求めたい。直線ABの式を求め，この式に$x=0$を代入したときのyの値が点Rのy座標となる。→QRの長さをm(cm)とおいて，面積についての方程式をつくり，点Qの座標を求める。→直線PQの式がわかる。→点Pの座標は，放物線と直線PQとの交点なので，方程式をつくり解く。

解答

図5，直線ABは，2点A$(-4, 4)$，B$(2, 1)$を通る

ことより，直線ABの式は，

$$y-1=\frac{1-4}{2-(-4)}(x-2)$$

$$y-1=-\frac{1}{2}(x-2)$$

$$y=-\frac{1}{2}x+1+1$$

$$y=-\frac{1}{2}x+2$$

とわかります。

知っ得

2点(x_1, y_1)，(x_2, y_2)を通る直線の方程式は，

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

または

$$y-y_2=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_2)$$

※本入試は，時間が少ないため，時間勝負となります。そのため，この知っ得の公式を使って求めるのと，連立方程式を解いて求めるのとでは，時間にかなりの差が出るので，高得点を狙いたい人は，この公式で解くことをおすすめします。（知っ得の公式は，高校で習います。）

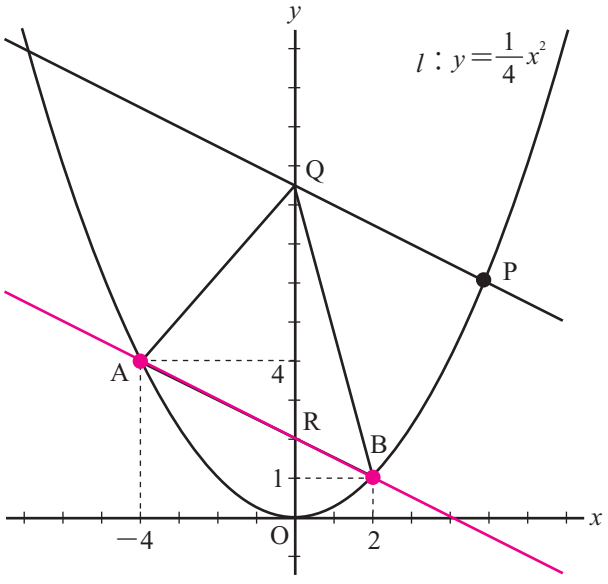


図5

☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答⑪

直線の式を$y=ax+b$として，
２点A$(-4, 4)$，B$(2, 1)$をx，yの値として代入して，
$4=-4a+b$，　$1=2a+b$
の連立方程式を解いて求めてもいいよ！

ここで，図６，直線ABとy軸との交点をRとすると，

Rのx座標は0，y座標は直線ABの式に，

$x=0$を代入したときの値なので，

$y=-\frac{1}{2}\times 0+2=2$

x軸上にある点のy座標は0，
y軸上にある点のx座標は0

よって，R$(0, 2)$とわかります。

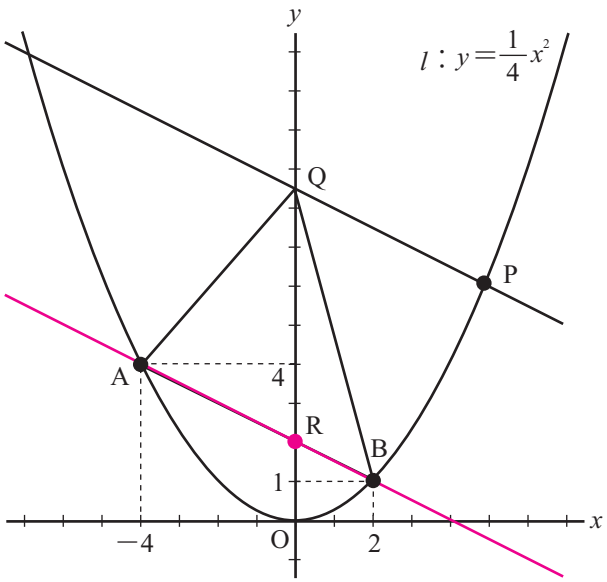


図６

図７，QRの長さをm(cm) とおくと，

△AQRの面積は底辺をQRと見ると高さは4，

△BQRの面積は底辺をQRと見ると高さは2となるので，

△ABQ＝△AQR＋△BQR

$\frac{1}{2}\times m\times 4+\frac{1}{2}\times m\times 2=2m+m=3m$

と表せます。

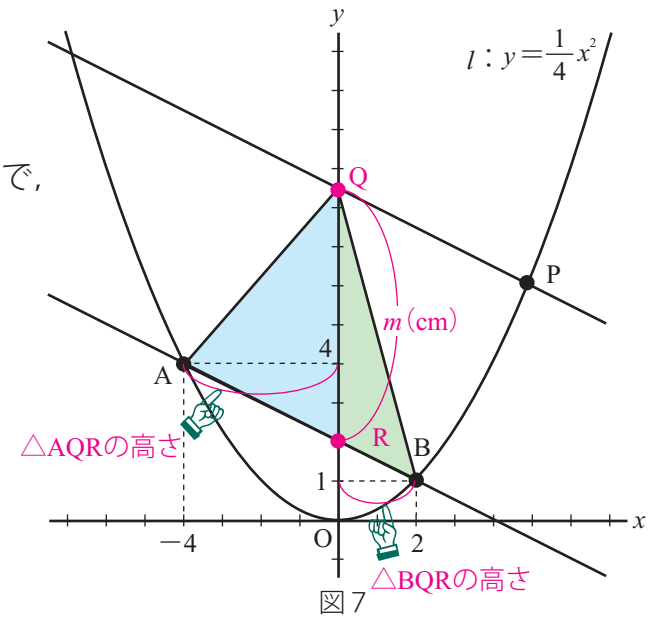


図７

よって，この面積が30となるので，

$3m=30$ を解いて，

$m=10$

これより，図８，Qのy座標は，Rのy座標2に10を足したものとなるなので，

Q$(0, 12)$とわかります。

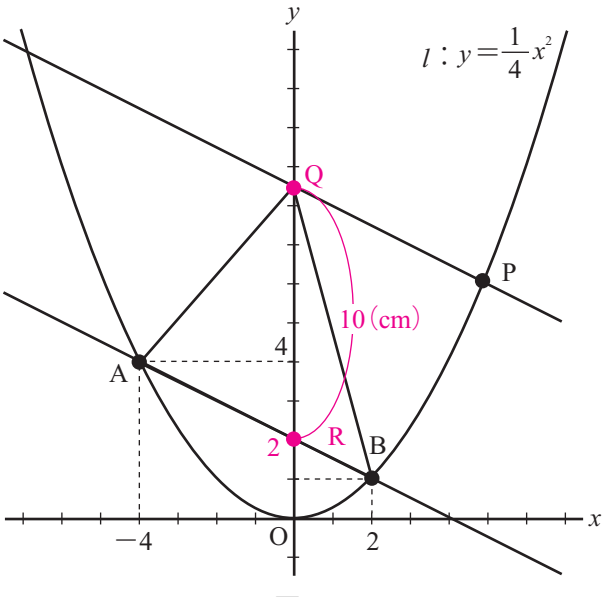


図８

よって，直線PQの式は，傾きが $-\frac{1}{2}$ で，

y切片が12とわかったので，

$y=-\frac{1}{2}+12$

傾きがa，y切片がbのときの直線の方程式は，
$y=ax+b$

☆東京都 都立高校入試問題 平成25年度　解答⑲

解答

図１・２，△ABCにおいて，AP＝PB＝6（cm），PQ//AC（仮定）となっているので，

中点連結定理・中点連結定理の逆より，

$PQ=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 12=6$（cm），

BQ＝QC＝3（cm）

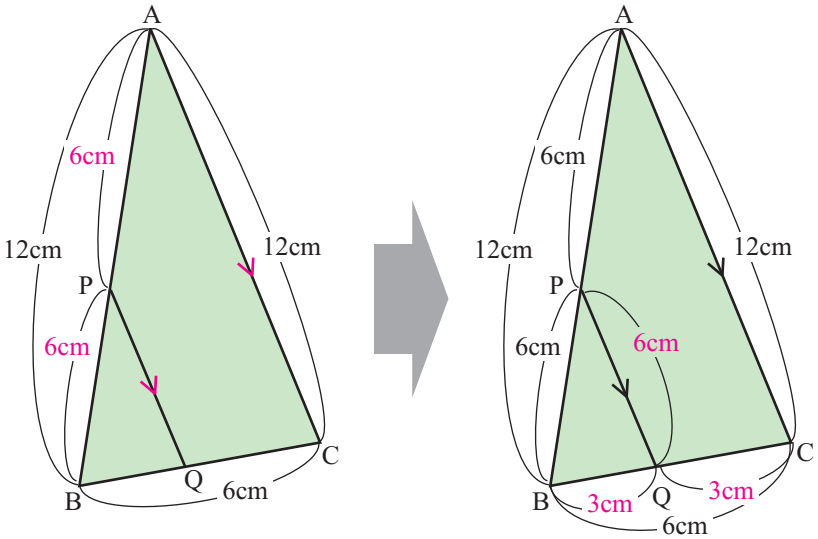
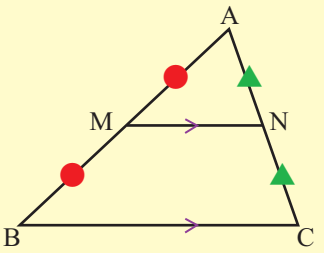


図１　　図２

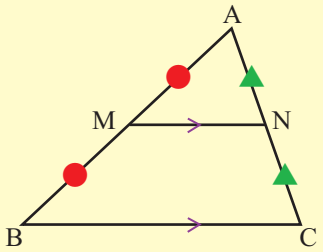
中点連結定理



△ABCの２辺AB，ACの中点をそれぞれM，Nとすると

$MN//BC,\ MN=\frac{1}{2}BC$

中点連結定理の逆



△ABCの辺ABの中点Mから引いた底辺BCの平行線と残りの辺ACとの交点Nは，辺ACを二等分する。

同様に，図３・４，△ABDにおいて，AP＝PB＝6（cm），PR//ADとなっているので，**中点連結定理・中点連結定理の逆**より，BR＝RD＝3（cm），PR：AD＝1：2

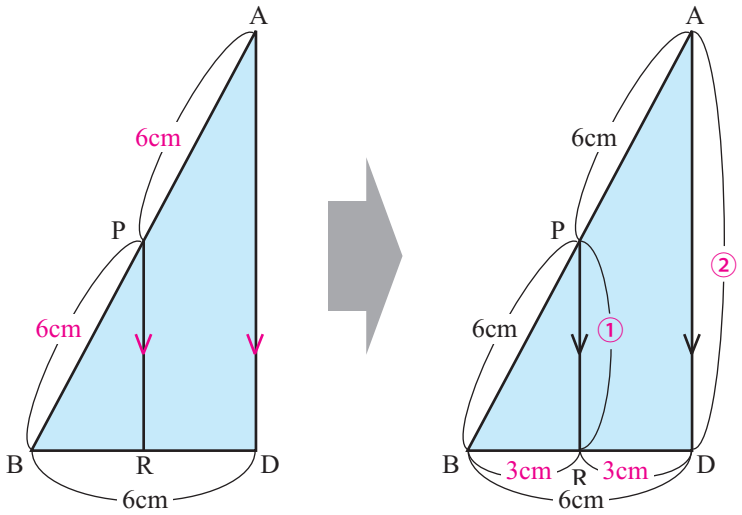


図３　　図４

条件反射

「**中点**」・「**平行**」とあったら「**中点連結定理**」**を利用！**」

同様に，△BCDにおいて，BR＝RD＝3（cm），BQ＝QC＝3（cm）となっているので（次ページ図５参照），**中点連結定理**より，

$QR=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 6=3$（cm）

本pdfデータは
『**数学・都立高校入試過去問題解説集！2017年（平成29年）**』
の一部を紹介したサンプルです。

大手出版社・文英堂より「くらべてつなげてまとめる数学 」を出版、人気サイト
「恋する数学」「恋する化学」「恋する適性検査」等を運営、学校・塾・個人指導等、
20年以上の指導歴がある佐藤学がお届けする数学・都立高校入試過去問題解説集です。

☆★☆★本書の特徴☆★☆★

①A4サイズに多種のカラーを使用
平面・空間図形の解説は、白黒の図ではわかりづらいです。
そこで、デザインソフトを使い、18種類以上のカラーを使って見やすくレイアウト
しています。

②図やイラストを豊富に使用
図やイラストをふんだんに使ってわかりやすく解説しています。

③解く時間を短縮するための『知っ得公式』を紹介
都立高校入試は，時間が極端に少ないため，時間勝負となります。
そのため、高得点を狙いたい人向けに、素早く解くための高校で習う公式等を使った
解法を紹介しています。

④考え方・方針を掲載
難問や複雑な問題について、どのような考え方・プロセスで解けばいいのかを順序立てて
説明しています。

⑤間違えやすい箇所を強調
長年の指導経験から生徒がどこでミスしやすいのかを熟知している著者が、間違えやすい箇所・
つまづきやすい箇所を強調して説明しています。

とにかくわかりやすさにとことんこだわった究極の過去問解説集になっています！
市販の解説集では、わかりにくい、もっと深く勉強したい方に！

A4サイズ　pdfデータ（問題5ページ　解説24ページ）

2013年（平成25年）版のご購入は，コチラ，
2014年（平成26年）版のご購入は，コチラ，
2015年（平成27年）版のご購入は，コチラ，
2016年（平成28年）版のご購入は，コチラ，
2017年（平成29年）版のご購入は，コチラ，
お買い得セット商品（2013年～2017年度）のご購入は，コチラ

『恋する高校受験』　https://ameblo.jp/love-highschool/