

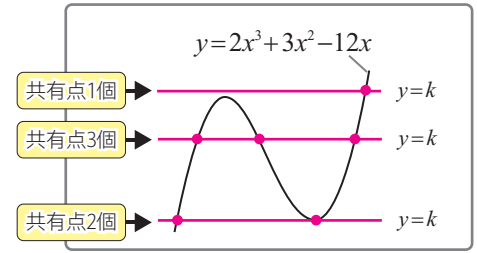
定数分離とは？

d を移項した

$ax^3+bx^2+cx+d=0$ の実数解 $\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx=-d$ の実数解 $\Leftrightarrow y=ax^3+bx^2+cx$ のグラフと $y=-d$ のグラフとの共有点の x 座標として捉えることができる。このように定数部分を切り離すことを定数分離という。

定数分離の利点は？

例えば、 $2x^3+3x^2-12x-k=0$ の実数解の個数を求める場合、 $2x^3+3x^2-12x=k$ と定数分離し、 $y=2x^3+3x^2-12x \cdots \textcircled{1}$ のグラフと $y=k \cdots \textcircled{2}$ のグラフとの共有点の x 座標の個数と捉えることで、 $\textcircled{1}$ は固定された3次関数のグラフで概形がかけ、 $\textcircled{2}$ は x 軸に平行な直線で、上下に動くだけなので、簡単に $\textcircled{1}$ との交点を掴むことができる。



数Ⅲで定数分離の考え方をを用いて、解く問題は主に下記4つのタイプがある。

他の解法でも解けるが、定数分離ができるときは、下記の解法が有効となることが多い。

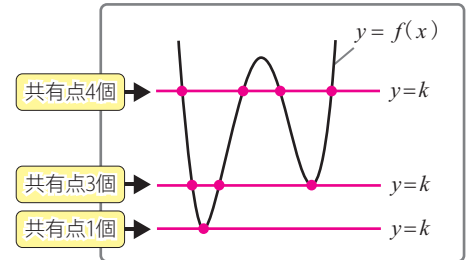
I. 方程式の実数解の個数の問題

実践例題①, ②参照

解法の手順

STEP1 与式を $f(x)=k$ (定数)の形に変形する。(定数分離する。)

STEP2 $y=f(x)$ のグラフをかいて、 $y=k$ (x 軸に平行な直線)を上下に動かして、共有点の個数を調べる。



II. 曲線外の点から引ける接線の本数を求める問題

解法の手順

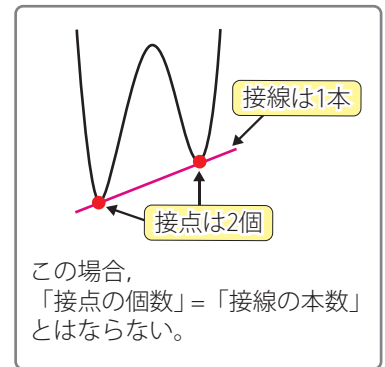
実践例題③参照

STEP1 接点の座標を $(t, f(t))$ とおき、接点 $(t, f(t))$ における接線の方程式をつくる。 $y - f(t) = f'(t)(x - t)$

STEP2 STEP1の式が曲線外の点を通ることより、点の座標を代入して t についての方程式をつくる。(このとき、定数分離できる形になっている)

STEP3 STEP2の式を定数を分離して、「タイプI」と同様にして、実数解の個数を求める。曲線に2点以上で接する直線が存在しない場合、「実数解の個数」=「接線の本数」となる。

👉 グラフの形から判断するしかない！



III. 極値をもつ条件問題

実践例題④, ⑤参照

👉 解法の手順 **Point!** $f(x)$ が極値をもつということは、 $f'(x)$ の符号が変わる点があるということ。

STEP1 $y=f(x)$ を微分して、 $f'(x)$ を計算する。 $f'(x) = g(x) - k$ (定数)とできるとき、定数を分離する。

STEP2 極値をもつためには、 $y = g(x)$ と $y = k$ が共有点を持ち、かつ、その前後で $f'(x)$ の符号が変化するような k の値の範囲を求める。

IV. 不等式 $f(x) \leq a$ が成り立つ条件or証明問題

実践例題⑥, ⑦参照

証明問題の解法

$f(x) \leq k$ が成り立つことを示すには、 $y=f(x)$ と $y=k$ のグラフを考え、 $f(x)$ の最大値 $M \leq k$ を示す。

$f(x) \geq k$ が成り立つことを示すには、 $y=f(x)$ と $y=k$ のグラフを考え、 $f(x)$ の最小値 $m \geq k$ を示す。

成立条件の解法

$f(x) \leq k$ が成立するときの k の最小値を求める問題は、 $y=f(x)$ のグラフが $y=k$ のグラフの下側にある条件を調べる。

つまり、 $y=f(x)$ の最大値を求めることで k の値が求まる。

