

第1問 [1]

[1]

2 次方程式  $x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha$ ,  $\beta$  で,  $\alpha > \beta$  とするとき,

$$\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}, \quad \beta = \frac{\boxed{\text{ア}} - \sqrt{\boxed{\text{イウ}}}}{2}$$

である。また,

$$m < \alpha < m + 1 \text{ を満たす整数 } m \text{ の値は } m = \boxed{\text{エ}}$$

$$n < \beta < n + 1 \text{ を満たす整数 } n \text{ の値は } n = \boxed{\text{オカ}}$$

である。

次に,

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\boxed{\text{キク}}}$$

であり,

$$\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} = \boxed{\text{ケコ}} \sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$$

である。

[2]

[2]

$a$  は実数とし,  $b$  は 0 でない実数とする。  $a$  と  $b$  に関する条件  $p$ ,  $q$ ,  $r$  を次のように定める。

$p$  :  $a$ ,  $b$  はともに有理数である

$q$  :  $a + b$ ,  $ab$  はともに有理数である

$r$  :  $\frac{a}{b}$  は有理数である

(1) 次の  $\boxed{\text{ス}}$  にあてはまるものを, 以下の①~③のうちから一つ選べ。

条件  $p$  の否定  $\bar{p}$  は  $\boxed{\text{ス}}$  である。

- ① 「 $a$ ,  $b$  はともに有理数である」
- ② 「 $a$ ,  $b$  はともに無理数である」
- ③ 「 $a$ ,  $b$  の少なくとも一方は有理数である」
- ④ 「 $a$ ,  $b$  の少なくとも一方は無理数である」

(2) 次の  $\boxed{\text{セ}}$  に当てはまるものを, 以下の①~③のうちから一つ選べ。

条件「 $q$ かつ $r$ 」は条件  $p$  が成り立つための  $\boxed{\text{セ}}$  。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない

- ② 十分条件であるが必要条件ではない
- ③ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 次の①～⑦のうち、正しいものは  である。

- ① 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ② 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ③ 「 $p \Rightarrow q$ 」は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。
- ④ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ⑤ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は真, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。
- ⑥ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は真である。
- ⑦ 「 $p \Rightarrow q$ 」は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の逆は偽, 「 $p \Rightarrow q$ 」の対偶は偽である。

## 第2問

2次関数

$$y = 6x^2 + 11x - 10 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

について考える。

①において、 $y \leq 0$ となる  $x$ の値の範囲は

$$\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} \leq x \leq \frac{\text{エ}}{\text{オ}}$$

である。

①のグラフを  $x$ 軸方向に  $a$ 、 $y$ 軸方向に  $b$ だけ平行移動して得られるグラフを  $G$ とする。 $G$ が原点  $(0, 0)$ を通るとき、

$$b = \frac{\text{カキ}}{\text{クケ}} a^2 + \frac{\text{コサ}}{\text{クケ}} a + \frac{\text{クケ}}{\text{クケ}}$$

であり、このとき  $G$ を表す2次関数は

$$y = \frac{\text{シ}}{\text{クケ}} x^2 - \left( \frac{\text{スセ}}{\text{クケ}} a - \frac{\text{ソタ}}{\text{クケ}} \right) x \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

である。

$x = -2$ と  $x = 3$ に対応する2次関数②の値が等しくなるのは

$$a = \frac{\text{チツ}}{\text{テト}}$$

のときである。このとき、2次関数②の  $-2 \leq x \leq 3$ における

$$\text{最小値は } \frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}}, \text{ 最大値は } \text{ネノ}$$

である。

## 第3問

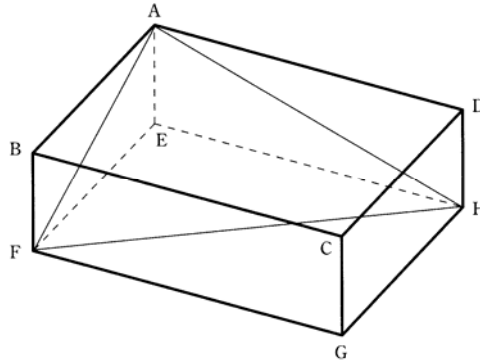
次の図のような直方体 ABCD-EFGH において、

$$AE = \sqrt{10}, \quad AF = 8, \quad AH = 10$$

とする。

このとき、 $FH = \boxed{\text{アイ}}$  であり、 $\cos \angle FAH = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$  である。また、三角形 AFH の面積は

$\boxed{\text{オカ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$  である。



次に、 $\angle AFH$  の二等分線と辺 AH の交点を P、 $\angle FAH$  の二等分線と辺 FH の交点を Q、線分 FP と線分 AQ の交点を R とする。このとき、R は三角形 AFH の  $\boxed{\text{ク}}$  である。次の①～③のうちから  $\boxed{\text{ク}}$  に当てはまるものを一つ選べ。三角形において、その外接円の中心を外心、その内接円の中心を内心という。

- ① 重心      ② 外心      ③ 内心

また、 $AP = \boxed{\text{ケ}}$  であり、したがって、

$$PF : PR = \boxed{\text{コ}} : 1$$

となる。さらに、四面体 EAPR の体積は  $\boxed{\text{サ}} \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$  である。

#### 第 4 問

袋 A, B, C, D があり、それぞれに 4 枚のカードが入っている。各袋のカードには、1 から 4 までの番号がつけられている。袋 A, B, C, D からカードを 1 枚ずつ取り出し、出た数をそれぞれ  $a, b, c, d$  とする。

(1)  $a, b, c, d$  の最大の数が 3 以下である場合は  $\boxed{\text{アイ}}$  通りあり、最大の数 が 4 である場合は  $\boxed{\text{ウエオ}}$  通りある。

(2)  $a, b, c, d$  について、 $a < b < c$  となる場合は  $\boxed{\text{カキ}}$  通りある。

(3) 出た数  $a, b, c, d$  によって、次のように得点を定める。

$a \leq b \leq c \leq d$  のときは,  $(d-a+1)$  点

それ以外の場合は, 0 点

(i) 得点が 1 点となる確率は  $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}$  であり, 得点が 4 点となる確率は  $\frac{\text{サ}}{\text{シスセ}}$  である。

(ii) 得点の期待値は  $\frac{\text{ソタ}}{\text{チツテ}}$  点である。

### 【解答 1】 第 1 問 [1]

[1]

$$\frac{\text{ア} + \sqrt{\text{イウ}}}{2}, \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$$

エ, 3

オカ, -1

$\sqrt{\text{キク}}, \sqrt{13}$

$$\text{ケコ} \sqrt{\text{サシ}}, 10\sqrt{13}$$

[2]

[2]

(1) ス, 3

(2) セ, 1

(3) ソ, 2

### 第 2 問

$$\frac{\text{アイ}}{\text{ウ}} \leq x \leq \frac{\text{エ}}{\text{オ}}, \quad \frac{-5}{2} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

カキ  $a^2 + \text{クケ}a + \text{コサ}$ ,  $-6a^2 + 11a + 10$

$$\text{シ}x^2 - (\text{スセ}a - \text{ソタ})x, \quad 6x^2 - (12a - 11)x$$

$$\frac{\text{チツ}}{\text{テト}}, \quad \frac{17}{12}$$

$$\frac{\text{ナニ}}{\text{ヌ}}, \quad \frac{-3}{2}$$

ネノ, 36

### 第 3 問

アイ, 12

$$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \quad \frac{1}{8}$$

オカ  $\sqrt{\text{キ}}$ ,  $15\sqrt{7}$

ク, 2

ケ, 4

コ, 3

サ  $\sqrt{\text{シ}}$ ,  $2\sqrt{6}$

### 第 4 問

(1) アイ, 81

ウエオ, 175

(2) カキ, 16

(3) (i)  $\frac{\text{ク}}{\text{ケコ}}, \quad \frac{1}{64}$

$\frac{\text{サ}}{\text{シスセ}}, \quad \frac{5}{128}$

(ii)  $\frac{\text{ソタ}}{\text{チツテ}}, \quad \frac{49}{128}$