

第 1 問 [1]

[1]

a を定数とし, x の 2 次関数

$$y = x^2 - 2(a+2)x + a^2 - a + 1$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G と y 軸との交点の y 座標を Y とする。 Y の値が最小になるのは $a = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ のときで、最

小値は $\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ である。このときグラフ G は x 軸と異なる 2 点で交わり、その交点の x 座標は、

$$\frac{\text{オ} \pm \sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}$$

である。

(2) グラフ G が y 軸に関して対称になるのは $a = -\text{ケ}$ のときで、このときのグラフを G_1 とする。

グラフ G が x 軸に接するのは $a = -\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ のときで、このときのグラフを G_2 とする。

グラフ G_1 を x 軸方向に $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$, y 軸方向に セソ だけ平行移動するとグラフ G_2 に重なる。

[2]

[2]

大小 2 個のさいころを投げ、出た目の数をそれぞれ a , b とし、2 次関数 $y = x^2 - \frac{b-2}{a}$ のグラフを C とする。

(1) グラフ C と x 軸との共有点の個数が 0 個である確率 (すなわちグラフ C が x 軸と共有点をもたない確率) は $\frac{\text{タ}}{\text{チ}}$ であり、共有点の個数が 1 個である確率は $\frac{\text{ツ}}{\text{テ}}$, 共有点の個数が 2 個である確

率は $\frac{\text{ト}}{\text{ナ}}$ である。

(2) グラフ C と x 軸との共有点の個数の期待値は $\frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}$ である。

(3) グラフ C と x 軸とが共有点を持ち、かつ共有点の x 座標がすべて整数となる確率は $\frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハヒ}}}$ である。

第2問 [1]

[1]

a, b を実数とし、 x の整式

$$A = x^4 + (a^2 - a - 1)x^2 + (-a^2 + b)x + b^3$$

$$B = x^2 - x - a$$

を考える。 A を B で割った商を Q 、余りを R とすると、

$$Q = x^2 + x + a \boxed{\text{ア}}$$

$$R = (a+b)x + a \boxed{\text{イ}} + b \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(1) $R = x + 7$ のとき、 $a = \boxed{\text{エ}}$ または $a = \boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) $\boxed{\text{キ}}$ と $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを、以下の①～③のうちから一つずつ選べ。

(i) $a < -\frac{1}{2}$ は、すべての実数 x に対して $Q > 0$ となるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

(ii) $a + b = 0$ は、 A が B で割り切れるための $\boxed{\text{ク}}$ 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

[2]

[2]

線分 AB を直径とする半円周上に 2 点 C, D があり、

$$AC = 2\sqrt{5}, \quad AD = 8, \quad \tan \angle CAD = \frac{1}{2}$$

であるとする。

このとき、

$$\cos \angle CAD = \frac{\boxed{\text{ケ}} \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

$$CD = \boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

さらに、

△ADCの面積は

AB =

である。

第3問

【1】 【2】 …必答問題, 【3】 【4】 【5】 …選択問題(1題選択)

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が

$$S_n = -n^2 + 24n \quad (n=1, 2, 3, \Lambda \Lambda)$$

で与えられるものとする。このとき $a_1 = \text{アイ}$, $a_2 = \text{ウエ}$ である。また $a_n < 0$ となる自然数 n の値の範囲は $n \geq \text{オカ}$ であり,

$$\sum_{k=1}^{40} |a_k| = \text{キクケ}$$

となる。

(2) 初項1, 公比3の等比数列を $\{b_k\}$ とおく。各自然数 n に対して, $b_k \leq n$ を満たす最大の b_k を c_n とおく。例えば, $n=5$ のとき

$$b_2 = 3, \quad b_3 = 9 \text{ であり } b_1 < b_2 \leq 5 < b_3 < b_4 < \Lambda$$

なので $c_5 = b_2 = 3$ である。

(i) $c_{10} = \text{コ}$ であり, $c_n = 27$ である自然数 n は全部で 個ある。

(ii) $\sum_{k=1}^{30} c_k = \text{スセソ}$ である。

第4問

△ABCにおいて, ∠Aは鈍角で, ∠B = 30°である。点Cから直線ABに引いた垂線と直線ABとの交点をHとする。辺BCの中点をMとし, 直線ACは3点A, B, Mを通る円と点Aで接しているとする。

以下の ~ , , については, 最も適当なものを次の①~⑦のうちから一つずつ選べ。

① 鋭角三角形

① 直角二等辺三角形

② 二等辺三角形 ③ 正三角形

④ 直角三角形 ⑤ ABC

⑥ AMB ⑦ HMC

⑧ MAB ⑨ MCA

⑩ AB ⑪ AC

⑫ AM ⑬ BC

⑭ BH ⑮ CH

210 NEXT B
 220 NEXT A
 230 END

- (1) 前のプログラムを実行し、N・?に3を入力すると、3桁の数が $\boxed{\text{ア}}$ 個表示される。特に、2番目に表示される3桁の数は $\boxed{\text{イウエ}}$ である。
- (2) 前のプログラムを実行し、N・?に5を入力すると、150行は $\boxed{\text{オカ}}$ 回実行され、 $\boxed{\text{イウエ}}$ は $\boxed{\text{キ}}$ 番目に表示される。
- (3) 前のプログラムの160行と180行を、それぞれ次のように書き直す。

```
160          FOR C・B TO N
180          IF C・B・INT(C・B) THEN GOTO 200
```

変更したこのプログラムを実行し、N・?に7を入力する。このとき、表示される3桁の数のうち、最大の数は $\boxed{\text{クケコ}}$ であり、300以上500以下の数は $\boxed{\text{サ}}$ 個である。

【解答1】

第1問 [1]

[1]

$$\begin{array}{llll} \frac{\text{ア}}{\text{イ}}, \frac{1}{2} & \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}, \frac{3}{4} & \frac{\text{オ} \pm \sqrt{\text{カキ}}}{\text{ク}}, \frac{5 \pm \sqrt{22}}{2} & \\ -\text{ケ}, -2 & -\frac{\text{コ}}{\text{サ}}, -\frac{3}{5} & \frac{\text{シ}}{\text{ス}}, \frac{7}{5} & \text{セソ}, -7 \end{array}$$

[2]

[2]

$$\begin{array}{lllll} \frac{\text{タ}}{\text{チ}}, \frac{1}{6} & \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}, \frac{1}{6} & \frac{\text{ト}}{\text{ナ}}, \frac{2}{3} & \frac{\text{ニ}}{\text{ヌ}}, \frac{3}{2} & \frac{\text{ネノ}}{\text{ハヒ}}, \frac{11}{36} \end{array}$$

第2問 [1]

[1]

$$\begin{array}{llll} a^{\text{ア}}, a^2 & a^{\text{イ}}, a^3 & b^{\text{ウ}}, b^3 & \text{エ}, 2 \\ \text{オカ}, -1 & \text{キ}, \textcircled{2} & \text{ク}, \textcircled{0} & \end{array}$$

[2]

[2]

$$\begin{array}{llll} \frac{\text{ケ}\sqrt{\text{コ}}}{\text{サ}}, \frac{2\sqrt{5}}{5} & \text{シ}\sqrt{\text{ス}}, 2\sqrt{5} & \text{セ}, 8 & \text{ソタ}, 10 \end{array}$$

第3問

アイ, 23
コ, 9

ウエ, 21
サシ, 54

オカ, 13
スセソ, 290

キクケ, 928

第4問

ア, ⑥
オ, ①

イ, ⑤
カキ, 45

ウ, ④
ク, ③

$\sqrt{エ}$, $\sqrt{2}$
ケ, 3

第5問

ア, 4
クケコ, 756

イウエ, 213
サ, 6

オカ, 15

キ, 7