2004 年度　本試験　数学Ⅰ･A

第１問

〔１〕

〔１〕　a を定数とし，2 次関数

$$y=-x^2+(2a-5)x-2a^2+5a+3$$

のグラフを C とする。

(1)　グラフ C の頂点の座標は

$$\left(\frac{2a-\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \frac{-4a^2+\boxed{\text{ウエ}}}{4}\right)$$

である。

(2)　グラフ C と x 軸が異なる 2 点で交わるための a の範囲は

$$-\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}<a<\frac{\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

である。

(3)　a は①を満たす整数とする。このとき，グラフ C と x 軸との二つの交点の x 座標がともに整数となるのは，$a=\boxed{\text{ク}}$ または $a=\boxed{\text{ケコ}}$ の場合であり，その場合に限る。$a=\boxed{\text{ケコ}}$ のとき，交点の x 座標は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{スセ}}$ は解答の順序を問わない。

〔２〕

〔２〕　一つのさいころを 2 回続けて投げ，出た目の数を順に a，b とするとき，$u=\dfrac{a}{b}$ とおく。

(1)　$u=1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

(2)　$u>1$ である確率は $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$ である。

(3)　u が整数になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(4)　T を次で定義する。

u が整数になる場合　u が偶数ならば $T=u$，u が奇数ならば $T=1$

u が整数にならない場合　$T=0$

このとき，T の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$ である。

第２問　〔１〕

〔１〕　m，n を整数とする。x の整式

$$A=x^3+mx^2+nx+2m+n+1$$

を考える。

(1)　x の整式 B を

$$B=x^2-2x-1$$

とする。A を B で割ると，商 Q と余り R はそれぞれ

$$Q=x+(m+\boxed{\text{ア}})$$
$$R=(2m+n+\boxed{\text{イ}})x+(3m+n+\boxed{\text{ウ}})$$

である。

また，$x=1+\sqrt{2}$ のとき，B の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり，さらにこのとき，A の値が -1 であるならば，m，n は整数だから，

$$m=\boxed{\text{オ}},\quad n=\boxed{\text{カキ}}$$

である。

(2)　次の $\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるものを，以下の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

x がどのような奇数であっても A の値が常に偶数になるための必要十分条件は $\boxed{\text{ク}}$ となることである。

⓪　m が奇数	①　n が奇数	②　$m-n$ が奇数
③　m が偶数	④　n が偶数	⑤　$m-n$ が偶数

〔２〕

〔２〕　平面上に 2 点 O，P があり，$\mathrm{OP}=\sqrt{6}$ である。点 O を中心とする円 O と点 P を中心とする円 P が，2 点 A，B で交わっている。円 P の半径は 2 であり，$\angle\mathrm{AOP}=45^\circ$ である。このとき，円 O の半径は

$$\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}+\boxed{\text{コ}}\quad \text{または}\quad \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}$$

である。

以下，円 O の半径が $\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}$ のときを考える。

$$\mathrm{AB}=\sqrt{\boxed{\text{サ}}}-\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$$

である。

また，OA の A 側への延長と円 P との交点を C とするとき，三角形 ABC について，

$$\angle\mathrm{BAC}=\boxed{\text{スセソ}}^\circ,\qquad \mathrm{BC}=\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

第３問

）

(1)　整数からなる等比数列$\{a_n\}$が，$a_1+a_2=32$，$a_4+a_5=864$を満たしている。このとき，

$$a_n=\boxed{\text{ア}}\cdot\boxed{\text{イ}}^{n-1}$$

であり，

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k+4k-2)=\boxed{\text{ウ}}\cdot\boxed{\text{エ}}^{n}+\boxed{\text{オ}}n^2-\boxed{\text{カ}}$$

となる。

(2)　分数$\dfrac{9}{37}$を小数で表したときに小数第n位に現れる数をb_nとする。すべての自然数nに対して$b_{n+p}=b_n$となる最小の自然数pは$\boxed{\text{キ}}$であり，

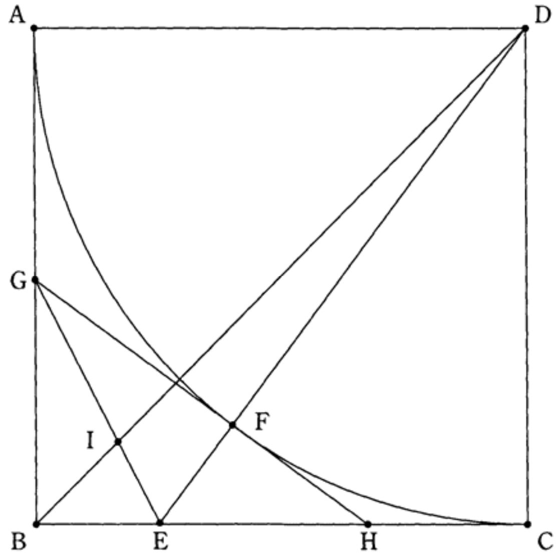
$$\sum_{k=1}^{100}b_k=\boxed{\text{クケコ}}$$

である。

第４問

１辺の長さが１の正方形ABCDの辺BCを$1:3$に内分する点をEとする。Dを中心とする半径１の円と，線分DEとの交点をFとする。点Fにおけるこの円Dの接線と辺AB，BCとの交点をそれぞれG，Hとする。さらに直線GEと直線BDとの交点をIとする。$\boxed{\text{キ}}$～$\boxed{\text{サ}}$には，次の⓪～Ⓕのうちから正しいものを一つずつ選べ。

⓪　EH	①　FD	②　FE	③　GE	④　GF
⑤　GH	⑥　GI	⑦　GJ	⑧　IE	⑨　JB
Ⓐ　BEI	Ⓑ　BIE	Ⓒ　EBI	Ⓓ　EFG	Ⓔ　FEG
Ⓕ　FGE				



(1)　点Iが△BGHの内心であることを示す。EはBCを1:3に内分するから

$$EC=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$$

である。△ECDにおいて三平方の定理（ピタゴラスの定理）を用いれば

$$ED=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

となる。よって$EF=\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$である。

△GBEと△GFEは直角三角形で，斜辺GEを共有し，$BE=\boxed{\text{キ}}$であるから△GBE≡△GFEが成り立つ。ゆえに$\angle BGE=\angle\boxed{\text{ク}}$となる。一方，

$$\angle GBI=45^\circ=\angle\boxed{\text{ケ}}$$

であるからIは△BGHの内心であることがわかる。

(2)　次に，△BGHの内接円Iの半径rを求める。$GA=GF=GB$なので，GはABの中点であることがわかる。IからGBに下ろした垂線とGBとの交点をJとする。$JI=\boxed{\text{コ}}=r$であって$JI/\!/BE$であるから

$$GB:BE=\boxed{\text{サ}}:JI$$

が成り立つ。ゆえに$r=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$となる。

第５問

次のプログラムを考える。ただし，120行のTHENの後は，コロン「:」で区切られた複数の命令をその順に実行させるものである。

```
100  INPUT ”A・ ”; A
```

```
110  INPUT ” B・ ” ; B
120  IF B・・0 THEN PRINT ” B・・0 です。終了します。” : GOTO 240
130  X・0
140  Y・A
150  IF A・0 THEN GOTO 200
160  IF Y・B THEN GOTO 230
170  X・X・1
180  Y・Y・B
190  GOTO 160
200  X・X・1
210  Y・Y・B
220  IF Y・0 THEN GOTO 200
230  PRINT ” X は” ; X; ” ,Y は” ; Y; ” です。”
240  END
```

(1)　A・?に対して 50，B・?に対して 11 を入力すると，170 行は $\boxed{\text{ア}}$ 回，210 行は $\boxed{\text{イ}}$ 回実行され，

　　X は $\boxed{\text{ウ}}$，Y は $\boxed{\text{エ}}$ です。

と表示される。

(2)　A・?に対して -50，B・?に対して 6 を入力すると，170 行は $\boxed{\text{オ}}$ 回，210 行は $\boxed{\text{カ}}$ 回実行され，

　　X は $\boxed{\text{キク}}$，Y は $\boxed{\text{ケ}}$ です。

と表示される。

(3)　A・?に対して 14.9，B・?に対して 2.5 を入力すると，X の値として

　　X は $\boxed{\text{コ}}$

と表示され，その右に Y の値として表示される数を既約分数で表すと $\dfrac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

【解答１】 2004 年度　第１問　〔１〕

〔１〕

$\dfrac{2a-\text{ア}}{\text{イ}}$，$\dfrac{2a-5}{2}$

$\dfrac{-4a^2+\text{ウエ}}{4}$，$\dfrac{-4a^2+37}{4}$

$\dfrac{\sqrt{\text{オカ}}}{\text{キ}}$，$\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

ク，3

ケコ，-3

サシ，スセ，-5，-6　または　-6，-5

第１問　〔２〕

〔２〕

$\dfrac{ソ}{タ}$, $\dfrac{1}{6}$　　$\dfrac{チ}{ツテ}$, $\dfrac{5}{12}$　　$\dfrac{ト}{ナニ}$, $\dfrac{7}{18}$　　$\dfrac{ヌネ}{ノハ}$, $\dfrac{25}{36}$

第２問　〔１〕

〔１〕

ア，2　　イ，5　　ウ，3　　エ，0

オ，1　　カキ，−7　　ク，3

第２問　〔２〕

〔２〕

$\sqrt{ケ}+コ$，$\sqrt{3}+1$　　$\sqrt{サ}-\sqrt{シ}$，$\sqrt{6}-\sqrt{2}$

スセソ，135　　$タ\sqrt{チ}$，$2\sqrt{2}$

第３問

$ア\cdot イ^{n-1}$，$8\cdot 3^{n-1}$　　$ウ\cdot エ^{n}+オn^{2}-カ$，$4\cdot 3^{n}+2n^{2}-4$

キ，3　　クケコ，299

第４問

$\dfrac{ア}{イ}$, $\dfrac{3}{4}$　　$\dfrac{ウ}{エ}$, $\dfrac{5}{4}$　　$\dfrac{オ}{カ}$, $\dfrac{1}{4}$　　キ，2　　ク，F

ケ，C　　コ，9　　サ，7　　$\dfrac{シ}{ス}$, $\dfrac{1}{6}$

第５問

ア，4　　イ，0　　ウ，4　　エ，6　　オ，0

カ，9　　キク，−9　　ケ，4　　コ，5　　$\dfrac{サシ}{ス}$, $\dfrac{12}{5}$