第１問　〔１〕

〔１〕　2 次関数

$$y=-2x^2+ax+b$$

のグラフをCとする。Cは頂点の座標が

$$\left(\frac{a}{\boxed{\text{ア}}},\ \frac{a^2}{\boxed{\text{イ}}}+b\right)$$

の放物線である。Cが点$(3,\ -8)$を通るとき，

$$b=\boxed{\text{ウエ}}a+10$$

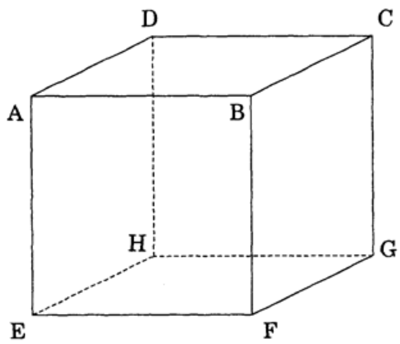
が成り立つ。このときのグラフCを考える。

(1)　Cがx軸と接するとき，$a=\boxed{\text{オ}}$または$a=\boxed{\text{カキ}}$である。$a=\boxed{\text{カキ}}$のときの放物線は，$a=\boxed{\text{オ}}$のときの放物線をx軸方向に$\boxed{\text{ク}}$だけ平行移動したものである。

(2)　Cの頂点のy座標の値が最小になるのは，$a=\boxed{\text{ケコ}}$のときで，このときの最小値は$\boxed{\text{サシ}}$である。

〔２〕

〔２〕



一辺の長さが 1 の立方体の 8 個の頂点A，B，C，D，E，F，G，Hが前の図のような位置関係にあるとする。この 8 個の頂点から相異なる 3 点を選び，それらを頂点とする三角形をつくる。

(1)　三角形は全部で$\boxed{\text{スセ}}$個できる。また，互いに合同でない三角形は全部で$\boxed{\text{ソ}}$種類ある。

(2)　$\triangle$ABCと合同になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり，また，正三角形になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3)　三角形の面積の期待値は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}+\boxed{\text{ナ}}\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\boxed{\text{ニヌ}}}$ である。

第２問　〔１〕

〔１〕

(1)　p，q，r を実数とし，x についての整式 A，B を

$$A = x^3 + px^2 + qx + r$$

$$B = x^2 - 3x + 2$$

とする。

(a)　A を B で割ったときの商が $x-1$ であった。このとき，$p = \boxed{\text{アイ}}$ である。

(b)　A を B で割ったときの余りが x で割り切れた。このとき，

$$r = \boxed{\text{ウ}}\,p + \boxed{\text{エ}}$$

である。

(c)　A を B で割ったとき，その商と余りが等しくなった。このとき，

$$q + r = \boxed{\text{オ}}$$

である。

(2)　a，b を実数として，次の $\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に，以下のⓞ～Ⓖのうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = 2(a^2+b^2+\boxed{\text{カ}})$$

であるから，$(|a+b|+|a-b|)^2 = 4a^2$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{キ}}$ である。$\boxed{\text{キ}}$ でないときは

$$(|a+b|+|a-b|)^2 = \boxed{\text{ク}}$$

となる。

また，$\dfrac{1}{2}(|a+b|+|a-b|) = b$ が成り立つための必要十分条件は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

ⓞ　a^2	①　b^2	②　$4a^2$	③　$4b^2$
④　ab	⑤　$\|ab\|$	⑥　$2ab$	⑦　$2\|ab\|$
⑧　a^2-b^2	⑨　b^2-a^2	Ⓐ　$\|a^2-b^2\|$	Ⓑ　$a^2 \leqq b^2$
Ⓒ　$a^2 \geqq b^2$	Ⓓ　$a \leqq \|b\|$	Ⓔ　$\|a\| \leqq b$	Ⓕ　$a \geqq \|b\|$
Ⓖ　$\|a\| \geqq b$			

〔２〕

〔２〕　$\triangle$ABC において，AB $=5$，BC $=2\sqrt{3}$，CA $=4+\sqrt{3}$ とする。このとき，

$$\cos \mathrm{A} = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。$\triangle$ABC の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シス}} + \boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{2}$$

である。

B を通り CA に平行な直線と $\triangle$ABC の外接円との交点のうち，B と異なる方を D とするとき，

BD＝$\boxed{\text{タ}}-\sqrt{\boxed{\text{チ}}}$であり，台形 ADBC の面積は$\boxed{\text{ツテ}}$である。

第３問

【１】【２】…必答問題，【３】【４】【５】…選択問題（１題選択）

(1)　等比数列 18，$-6\sqrt{3}$，6，……の第 6 項は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ であり，初項から第 15 項までの奇数番目の項の和は $\dfrac{\boxed{\text{オカキク}}}{\boxed{\text{ケコサ}}}$ である。

(2)　数列

1，2，2，3，3，3，4，4，4，4，5，5，5，5，5，6，……

の第 n 項を a_n とする。この数列を

1 | 2，2 | 3，3，3 | 4，4，4，4 | 5，5，5，5，5 | 6，……

のように 1 個，2 個，3 個，4 個，……と区画に分ける。

第 1 区画から第 20 区画までの区画に含まれる項の個数は$\boxed{\text{シスセ}}$であり，$a_{215}=\boxed{\text{ソタ}}$となる。
また，第 1 区画から第 20 区画までの区画に含まれる項の総和は$\boxed{\text{チツテト}}$であり，

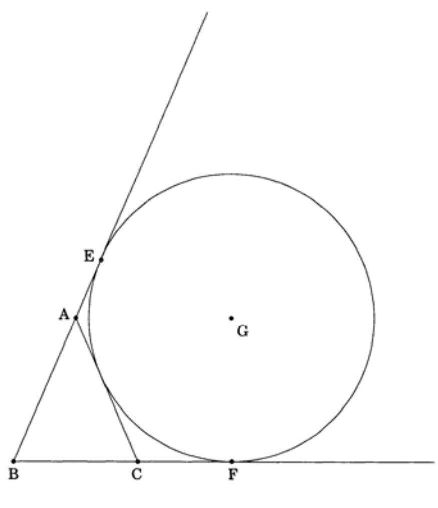
$$a_1+a_2+a_3+\Lambda\ \Lambda+a_n \geqq 3000$$

となる最小の自然数 n は$\boxed{\text{ナニヌ}}$である。

第４問

AB＝AC である二等辺三角形 ABC の内接円の中心を I とし，内接円 I と辺 BC の接点を D とする。辺 BA の延長と点 E で，辺 BC の延長と点 F で接し，辺 AC と接する∠B 内の円の中心（傍心）を G とする。

次の文章中の$\boxed{\text{アイ}}$，$\boxed{\text{ウエ}}$，$\boxed{\text{オカ}}$については，当てはまる文字を A ～ G のうちから選べ。ただし，オとカは解答の順序を問わない。



(1)　AD＝GF が成り立つことを示そう。

$$2\angle \mathrm{EAG}=\angle \mathrm{E}\boxed{\text{アイ}}=\angle \mathrm{ABC}+\angle \mathrm{B}\boxed{\text{ウエ}}=2\angle \mathrm{ABC}$$

であるから，$\angle \mathrm{EAG}=\angle \mathrm{ABC}$ となる。したがって，直線$\boxed{\text{オカ}}$と直線 BF は平行である。さらに，A，I，D は一直線上にあって，

$$\angle \mathrm{ADC}=\angle \mathrm{GFD}=\boxed{\text{キク}}^\circ$$

であるから，四角形 ADFG は$\boxed{\text{ケ}}$となる。よって，AD＝GF である。ただし，$\boxed{\text{ケ}}$には，次の⓪～③のうちから最も ふさわしいものを選べ。

⓪　正方形　　①　台形　　②　長方形　　③　ひし形

(2)　AB＝5，BD＝2 のとき，IG の長さを求めよう。まず，$\mathrm{AD}=\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}$ であり，

$$\mathrm{AI}=\frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

となる。また，$\angle \mathrm{AGI}=\angle \mathrm{CBI}=\angle \mathrm{ABI}$ であるから，$\mathrm{AG}=\boxed{\text{セ}}$となり，

$$\mathrm{IG}=\frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

第５問

以下のプログラムは，自然数 N を入力して，$\boxed{\text{ア}}$を小さい順に a(1)・，a(2)・，…と表示し，さらにそれらの和を S・と表示するものである。ただし，このプログラムにおいて，INT(A)は A を超えない最大の整数を表す。

$\boxed{\text{ア}}$に当てはまるものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

⓪　N 以下の正の奇数で 3 の倍数であるもの
①　N 以下の正の奇数で 3 の倍数でないもの
②　N 以下の正の偶数で 3 の倍数であるもの
③　N 以下の正の偶数で 3 の倍数でないもの

```
100  S・0
110  T・0
120  INPUT ”N・”;N
130  FOR K・1 TO N
140  IF INT(K/2)・K/2 THEN GOTO 190
150  IF INT(K/3)・K/3 THEN GOTO 190
160  T・T・1
170  S・[ イ ]
180  PRINT ”a(”;[ ウ ];”)・”;[ エ ]
```

```
190  NEXT K
200  PRINT ” S・” ;S
210  END
```

(1)　$\boxed{\text{イ}}$～$\boxed{\text{エ}}$に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選び，プログラムを完成させよ。

⓪　N　　　①　K　　　②　S
③　T　　　④　S・1　　⑤　S・K

(2)　このプログラムを実行して，N として 10 を入力すると，a(1) から a($\boxed{\text{オ}}$) までと S・$\boxed{\text{カキ}}$ が表示される。このとき，150 行は$\boxed{\text{ク}}$回実行され，そのうち$\boxed{\text{ケ}}$回は 160 行の実行に進んだ。

(3)　最初のプログラムで 140 行を

```
140  IF INT(K/2)・K/2 THEN GOTO 160
```

と変更したのち，N として 10 を入力すると a(1) から a($\boxed{\text{コ}}$) までと S・$\boxed{\text{サシ}}$ が表示される。

【解答１】

第１問　〔１〕

〔１〕

$\dfrac{a}{\text{ア}}$，$\dfrac{a}{4}$　　$\dfrac{a^2}{\text{イ}}+b$，$\dfrac{a^2}{8}+b$　　ウエ$a+10$，$-3a+10$

オ，4　　カキ，20　　ク，4

ケコ，12　　サシ，－8

〔２〕

〔２〕

スセ，56　　ソ，3　　$\dfrac{\text{タ}}{\text{チ}}$，$\dfrac{3}{7}$

$\dfrac{\text{ツ}}{\text{テ}}$，$\dfrac{1}{7}$　　$\dfrac{\text{ト}+\text{ナ}\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\text{ニヌ}}$，$\dfrac{3+3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{14}$

第２問　〔１〕

〔１〕

アイ，－4　　ウp＋エ，$2p+6$　　オ，3

カ，A　　キ，C　　ク，3

ケ，E

第２問　〔２〕

〔２〕

$\dfrac{\text{コ}}{\text{サ}}$，$\dfrac{4}{5}$　　$\dfrac{\text{シス}+\text{セ}\sqrt{\text{ソ}}}{2}$，$\dfrac{12+3\sqrt{3}}{2}$

タ$-\sqrt{チ}$，$4-\sqrt{3}$　　ツテ，12

第３問

$\dfrac{アイ\sqrt{ウ}}{エ}$，$\dfrac{-2\sqrt{3}}{3}$　　$\dfrac{オカキク}{ケコサ}$，$\dfrac{6560}{243}$　　シスセ，210

ソタ，21　　チツテト，2870　　ナニヌ，217

第４問

∠Eアイ，∠EAC　　∠Bウエ，∠BCA　　オカ，AG または GA

キク，90　　ケ，2　　$\sqrt{コサ}$，$\sqrt{21}$

シ，5＊　　ス，7＊　　セ，5

$\dfrac{ソ\sqrt{タチ}}{ツ}$，$\dfrac{5\sqrt{70}}{7}$

＊は，両方正解の場合のみ点を与える。

第５問

ア，1　　イ，5　　ウ，3　　エ，1　　オ，3

カキ，13　　ク，5　　ケ，3　　コ，9　　サシ，49