2001 年度　本試験　数学Ⅰ･A

第１問　〔１〕

〔１〕　a, b を実数とし，2 次関数

$$y = 4x^2 - 8x + 5 \cdots\cdots ①$$

$$y = -2(x+a)^2 + b \cdots\cdots ②$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする。

(1)　C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき，

$a = \boxed{\text{アイ}}$, $b = \boxed{\text{ウ}}$

である。

(2)　①について，$y = 17$ となる x の値は $\boxed{\text{エオ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ である。

②についても，$y = 17$ となる x の値が $\boxed{\text{エオ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ であるとすると，C_2 の軸は直線 $x = \boxed{\text{キ}}$ で，頂点の座標は

$(\boxed{\text{キ}}, \boxed{\text{クケ}})$

である。

(3)　C_1 を x 軸方向に c, y 軸方向に $-4c$ だけ平行移動したとき，y 軸と点 (0, 4) で交わるならば

$$c = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

である。このとき，移動した放物線を表す 2 次関数の最小値は①の最小値より $\boxed{\text{ス}}$ だけ大きい。

〔２〕

〔２〕　赤玉 3 個，青玉 2 個，黄玉 1 個が入っている袋から玉を 1 個取り出し，色を確かめてから袋に戻す。このような試行を最大で 3 回までくり返す。ただし，赤玉を取り出したときは以後の試行を行わない。

(1)　試行が 1 回または 2 回で終わる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2)　試行が 1 回行われるごとに 100 円受け取るとする。受け取る金額の期待値は $\boxed{\text{タチツ}}$ 円である。

(3)　青玉がちょうど 2 回取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

(4)　黄玉が少なくとも 1 回取り出される確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌネ}}}$ である。

第２問　〔１〕

〔１〕　aを実数とし，xの整式A，Bを

$$A = x^3 + 5x^2 + a^2x + a^2 - 6a + 20$$
$$B = x^3 + (a^2 + 5)x + a^2 - 6a + 30$$

とする。このとき

$$A - B = 5(x + \boxed{ア})(x - \boxed{イ})$$

である。

(1)　$P = x + \boxed{ア}$とし，AがPで割り切れるとする。このとき

$$a = \boxed{ウ},\quad A = (x^2 + 4x + \boxed{エオ})P$$

である。さらに

$$B = (x^2 - x + \boxed{カキ})P$$

であり，A，BはともにPで割り切れる。

(2)　$Q = x - \boxed{イ}$とすると，AをQで割った余りRは

$$R = \boxed{ク}(a-1)^2 + 45$$

となる。よって，どんなaについても余りRは正となり，AはQで割り切れない。

〔２〕

〔２〕　図のように交わる２円O，O′がある。この図においてA，Bは２円の交点，Cは直線OO′と円O′の交点，Dは直線CBと円Oの交点である。さらに

$$\sin\angle \mathrm{ABC} = \frac{2\sqrt{5}}{5},\quad \mathrm{AB} = 3,\quad \mathrm{BD} = \sqrt{5}$$

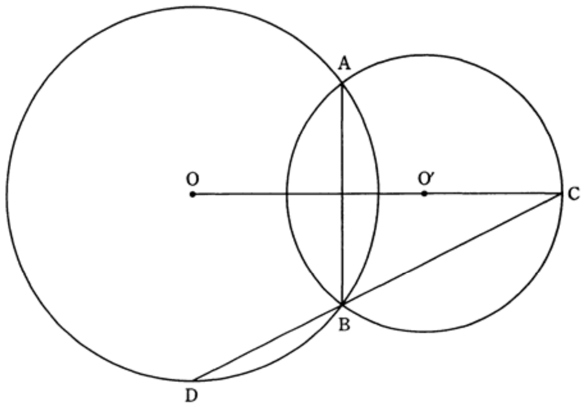
とする。このとき

$$\cos\angle \mathrm{ABD} = \frac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}},\quad \mathrm{AD} = \boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}$$

となり，円Oの半径OAは$\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$である。また円O′の半径O′Aは$\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}$である。さらに２円の中心間の距離は

$$\mathrm{OO'} = \frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$$

となる。



第３問

【１】【２】…必答問題，【３】【４】【５】…選択問題（１題選択）

(1)　数列$\{a_n\}$を次のように定める。

$a_1=2$，$a_2=3$，$a_{n+2}-a_n=4$　($n=1$，2，3，……)

このとき，

$a_3=\boxed{\text{ア}}$，$a_4=\boxed{\text{イ}}$，$a_5=\boxed{\text{ウエ}}$，$a_6=\boxed{\text{オカ}}$

であり，$a_{40}=\boxed{\text{キク}}$である。また，

$$\sum_{k=1}^{40} a_k=\boxed{\text{ケコサシ}}$$

である。

(2)　数列$\{b_n\}$の各項から定数cを引いて得られる数列は，公比２の等比数列である。$b_3=7$，$b_4=11$であるとき，

$c=\boxed{\text{ス}}$，$b_1=\boxed{\text{セ}}$

である。また，

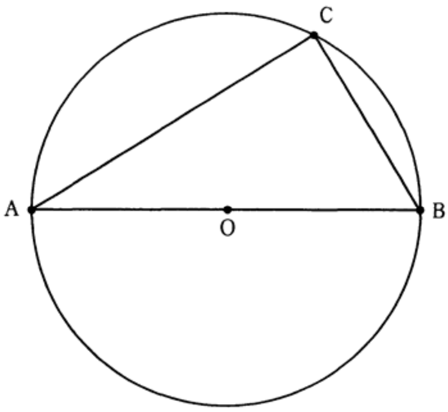
$$\sum_{k=1}^{10} b_k=\boxed{\text{ソタチツ}}$$

である。

第４問

半径１の円Ｏの直径ABによって分けられる半円周上を動く点Ｃがある。△ABCの内接円の中心をＤとし，線分CDの延長と円Ｏの交点をＥとする。

次の文章中の$\boxed{\text{アイウ}}$と$\boxed{\text{クケコ}}$については，当てはまる文字をＡ～Ｅのうちから選べ。ただし，アとウ，クとコは解答の順序を問わない。



点 D の軌跡を調べよう。D は△ABC の内心であるから，

$$\angle \mathrm{ACD} = \frac{1}{2}\angle\boxed{\text{アイウ}}$$

であり，$\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{ACE}$ により，$\angle \mathrm{ABE} = \boxed{\text{エオ}}^\circ$ となる。よって，A，B が定点であるから，E は定点であることがわかる。次に，△EBD において，

$$\angle \mathrm{EDB} = \angle \mathrm{DCB} + \angle \mathrm{DBC},\quad \angle \mathrm{EBD} = \angle \mathrm{ABE} + \angle \mathrm{DBA}$$

に注意すると，

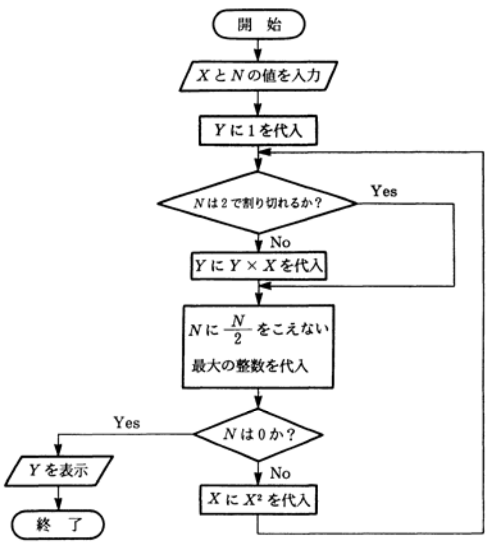
$$\angle \mathrm{EDB} = \boxed{\text{カキ}}^\circ + \frac{1}{2}\angle\boxed{\text{クケコ}} = \angle \mathrm{EBD}$$

となる。したがって，△EBD は二等辺三角形で $\mathrm{ED} = \mathrm{EB}$ である。これにより D の軌跡は E を中心とした半径 $\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ の円弧であることがわかる。

△ABC の内接円の半径を r とし，E からこの内接円に引いた接線の接点と E との距離を l とする。$l^2 = \boxed{\text{シ}} - r^2$ であるから，$\angle \mathrm{ABC} = \boxed{\text{スセ}}^\circ$ のとき l は最小となり，そのとき $l^2 = \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}} - \boxed{\text{チ}}$ である。

第５問

(1)　次の流れ図を考える。ただし，Nには自然数を入力することとする。



$X=2$，$N=5$のとき，この流れ図にそって計算すると，Yは $\boxed{\text{アイ}}$ となる。また，$X=1$，$N=13$ のとき，この流れ図にそって計算すると，処理 $\boxed{Y\text{ に }Y\times X\text{ を代入}}$ は $\boxed{\text{ウ}}$ 回実行され，処理 $\boxed{X\text{ に }X^2\text{ を代入}}$ は $\boxed{\text{エ}}$ 回実行される。

(2)　次のプログラムを考える。ただし，N には自然数を入力することとする。また，INT(A)は A をこえない最大の整数を与える関数とする。

```
100  INPUT ” X・” ;X
110  INPUT ” N・” ;N
120  Y・1
130  X・X・X
140  IF N・2・INT(N/2)・0 THEN GOTO 160
150  Y・Y・X
160  N・INT(N/2)
170  IF N・0 THEN GOTO 190
180  GOTO 140
190  PRINT ” Y・” ;Y
200  END
```

このプログラムを実行し，X に 2，N に 5 を入力すると，Y・ $\boxed{\text{オカ}}$ と表示される。

(3)　(2)のプログラムを(1)の流れ図の処理を実行するプログラムに書き換えるためには，130 行を削除し，$\boxed{\text{キ}}$ 行として X・X・X を追加すればよい。ただし，$\boxed{\text{キ}}$ には次の⓪～③のうちから当てはまるものを選べ。

⓪　115　　　①　145　　　②　155　　　③　175

【解答１】第１問　〔１〕

〔１〕

アイ，−1　　ウ，1　　エオ，−1　　カ，3

キ，1　　クケ，25　　$\dfrac{\text{コサ}}{\text{シ}}$，$\dfrac{-1}{2}$　　ス，2

〔２〕

〔２〕

$\dfrac{\text{セ}}{\text{ソ}}$，$\dfrac{3}{4}$　　タチツ，175　　$\dfrac{\text{テ}}{\text{ト}}$，$\dfrac{1}{9}$　　$\dfrac{\text{ナニ}}{\text{ヌネ}}$，$\dfrac{13}{54}$

第２問　〔１〕

〔１〕

ア，1　　イ，2　　ウ，4　　エオ，12

カキ，22　　ク，3

第２問　〔２〕

〔２〕

$\frac{ケ\sqrt{コ}}{サ}$, $\frac{-\sqrt{5}}{5}$　　シ$\sqrt{ス}$, $2\sqrt{5}$　　$\frac{セ}{ソ}$, $\frac{5}{2}$

$\frac{タチ}{ツ}$, $\frac{15}{8}$　　$\frac{テト}{ナ}$, $\frac{25}{8}$

第３問

ア，6　　イ，7　　ウエ，10

オカ，11　　キク，79　　ケコサシ，1620

ス，3　　セ，4　　ソタチツ，1053

第４問

アイウ，ACB または BCA　　エオ，45

カキ$^\circ + \frac{1}{2}\angle$クケコ，$45^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC$ または $45^\circ + \frac{1}{2}\angle CBA$

$\sqrt{サ}$, $\sqrt{2}$　　シ，2

スセ，45　　ソ$\sqrt{タ}-$チ，$2\sqrt{2}-1$

第５問

アイ，32　　ウ，3　　エ，3　　オカ，16　　キ，3