

第 1 問 [1]

[1] a を実数とし, x の 2 次関数

$$y = (a^2 + 1)x^2 + (2a - 3)x - 3$$

 のグラフを C とする。

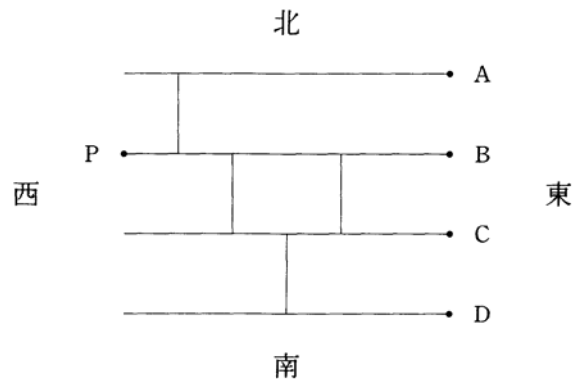
(1) グラフ C が点 $(-1, 0)$ を通るとする。このとき, $a = \boxed{\text{ア}}$ であり, グラフ C と x 軸の交点は $(-1, 0)$ と $(\boxed{\text{イ}}, 0)$ と $(\boxed{\text{ウ}}, 0)$ である。また, x が $0 \leq x \leq 3$ の範囲にあるとき, この 2 次関数の最小値は $\frac{\boxed{\text{エオカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり, 最大値は $\boxed{\text{クケ}}$ である。

(2) グラフ C が x 軸の $x \geq 3$ の部分の 1 点を通るような a の範囲は $\frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{ス}}} \leq a \leq \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

[2]

[2] 東西に延びる道路が南北の道で結ばれている図のような街路がある。ある人が地点 P から東に向かって出発し, 以下の約束 (a), (b) に従い, この街路を進み, 地点 A, B, C, D のいずれかに到達するものとする。

- (a) 西から分かれ道に至ったときは, さいころを振り, 3 または 6 の目が出た場合は東に進み, 他の目が出た場合は南北の道へ進むものとする。
- (b) 北または南から分かれ道に至ったときには, 東へ進むものとする。



(1) A に到達する確率は $\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(2) Dに到達する確率は $\frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(3) BまたはCに到達する確率は $\frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{トナ}}}$ である。

(4) A, B, C, Dに到達するとき, それぞれ200円, 1800円, 1800円, 900円の賞金を受け取るものとする。このとき, 受け取る賞金の期待値は $\boxed{\text{ニヌネ}}$ 円である。

第2問 [1]

[1] k を実数とし, x の整式 A, B, Q を

$$A = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 5x - 4k^2 + 2k + 10$$

$$B = x^2 + x - 2k - 3$$

$$Q = x^2 + x + 2k - 3$$

とする。さらに, $R = A - BQ$ とおく。このとき,

(1) $R = x + 2k + \boxed{\text{ア}}$ となる。また, B を R で割ったときの商は $x - \boxed{\text{イ}}$ k , 余りは $\boxed{\text{ウ}}$ $k^2 - \boxed{\text{エ}}$ となる。

(2) B が R で割り切れるための必要十分条件は

$$k = \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(3) $k = \frac{1}{2}$ のとき, Q を R で割った余りは $\boxed{\text{キ}}$ である。

(4) $k = \pm \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であることは, A が R で割り切れるための $\boxed{\text{ク}}$ 。($\boxed{\text{ク}}$ に当てはまるもの

のを, 次の①~④のうちから選べ。)

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが, 十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが, 必要条件ではない
- ④ 必要条件でも十分条件でもない

[2]

[2] 四角形 ABCD は, 円 O に内接し,

$$AB = 3, \quad BC = CD = \sqrt{3}, \quad \cos \angle ABC = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

とする。このとき、

$$AC = \boxed{\text{ケ}}, \quad AD = \boxed{\text{コ}}$$

であり、円 O の半径は $\frac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{11}$ である。

また、 $\triangle ABD$ の面積を S_1 、 $\triangle BCD$ の面積を S_2 とすると

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

第3問

【1】 【2】 …必答問題, 【3】 【4】 【5】 …選択問題(1題選択)

数列 $\{a_n\}$ は初項 a 、公差 d の等差数列で $a_{13} = 0$ とし、 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ とおく。また、数列 $\{b_n\}$ は初項 a 、公比 r の等比数列とし、 $b_3 = a_{10}$ とする。ただし、 a と r は正の数とする。

(1) このとき、 $a + \boxed{\text{アイ}}d = 0$ である。また、 $r = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

(2) $S_n < 0$ となるような n のうちで最小のものは $\boxed{\text{オカ}}$ である。

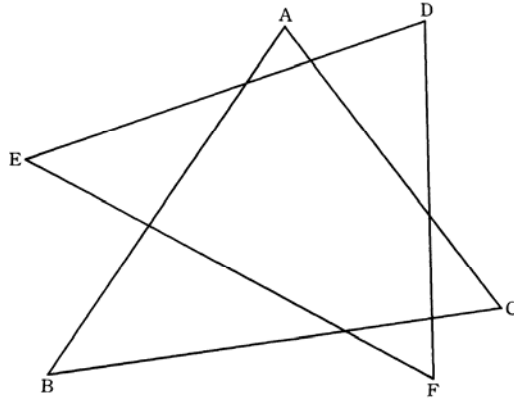
(3) $S_{10} = 25$ のとき、 $a = \boxed{\text{キ}}$ であり、 $\sum_{k=1}^6 b_k = \frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ となる。

第4問

平面上に二つの合同な三角形 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ があり、その頂点はこの順に対応し、次の条件を満たしている。(図を参照)

- (a) どちらの三角形の3頂点も、もう一方の三角形の外側にある。
- (b) 頂点 D は直線 AC に関して頂点 B の反対側にあり、頂点 E は直線 AB に関して頂点 C の反対側にあり、頂点 F は直線 BC に関して頂点 A の反対側にある。

このとき、ある点 G を中心とする回転移動により $\triangle DEF$ を $\triangle ABC$ に、この順に頂点に対応するようにして、移すことができることを示そう。



次の文章中の「アイ」, 「ウエ」, 「カキク」と「ケコサ」に当てはまるものを, 記号 A~G のうちから選べ。
(アとイ, ウとエ, ケとサは, それぞれ解答の順序を問わない。)

ここでは, 直線 AD と直線 CF が平行でない場合を考えてみよう。

(1) 点 G を中心とする回転移動により $\triangle DEF$ が $\triangle ABC$ に移ったとすると, D が A に移るのだから $AG =$ 「アイ」, 同じく $CG =$ 「ウエ」である。ゆえに G は「オ」でなくてはならない。(「オ」に当てはまるものを, 次の①~④のうちから選べ。)

- ① 直線 AC と直線 DF の交点
- ② 線分 AC の垂直 2 等分線と線分 DF の垂直 2 等分線の交点
- ③ 直線 AD と直線 CF の交点
- ④ 線分 AD の垂直 2 等分線と線分 CF の垂直 2 等分線の交点

(2) 逆に, G が「オ」であると, $AG =$ 「アイ」, $CG =$ 「ウエ」で, さらに $AC = DF$ だから, 対応する 3 辺が等しく, $\triangle DGF \cong \triangle$ 「カキク」で, このとき頂点 D は頂点「カ」に, 頂点 G は頂点「キ」に, 頂点 F は頂点「ク」にそれぞれ対応している。したがって, 点 G のまわりに角 \angle 「ケコサ」だけ回転移動すれば $\triangle DGF$ は \triangle 「カキク」に移される。こうして $\triangle DEF$ は $\triangle ABC$ に移されることがわかる。

第 5 問

B, C をある範囲内の整数として, 2 次方程式 $X^2 + BX + C = 0$ について考える。次のプログラムは, 各 B, C に対し, この 2 次方程式が整数の解をもつときは, その解を表示し, もたないときは, 「整数の解なし」と表示するものである。ただし, $\text{INT}(X)$ は X をこえない最大の整数を与える関数とする。また, K, L, M, N には, $K \leq L$ および $M \leq N$ を満たす整数を入力するものとする。

```

100 INPUT " K . " ;K
110 INPUT " L . " ;L
120 INPUT " M . " ;M
130 INPUT " N . " ;N
140 S = 0
150 FOR B = K TO L
160   FOR C = M TO N

```

```

170 PRINT " B・" ;B, " C・" ;C
180 D・B・B・4・C
190 IF D  0 THEN GOTO 
200 E・(・B・SQR(D))・2
210 IF E・INT(E)  0 THEN GOTO 
220 S・S・1
230 PRINT " 解 1 ・ " ;E, " 解 2 ・ " ;E・SQR(D)
240 GOTO 
250 PRINT " 整数の解なし"
260 NEXT C
270 NEXT B
280 PRINT S
290 END

```

(1) 前の, , , に当てはまる記号または行番号を, 次の①~⑨のうちから選び, プログラムを完成せよ。

- ① ・ ② ・ ③ ・ ④ ・
 ⑤ 230 ⑥ 240 ⑦ 250 ⑧ 260 ⑨ 270

(2) K, L, M, N にそれぞれ 3, 6, 4, 6 を入力すると,

$$\text{オ} \leq B \leq \text{カ} \quad \text{および} \quad \text{キ} \leq C \leq \text{ク}$$

を満たす整数 B, C に対し, 2 次方程式 $X^2 + BX + C = 0$ が整数解をもつかどうか調べることができる。このとき, 200 行は回, 220 行は回実行され, 280 行により画面に表示される S の値はである。

【解答 1】 第 1 問 [1]

[1]

ア, 1	イ, $\frac{3}{2}$	エオカ, $\frac{-25}{8}$
クケ, 12	コサ, -1	シ, $\frac{1}{3}$

[2]

[2]

セ, $\frac{2}{3}$	タ, $\frac{4}{27}$	テ, $\frac{5}{27}$	ニヌネ, 600
ソ, $\frac{2}{3}$	チツ, $\frac{4}{27}$	トナ, $\frac{5}{27}$	

第 2 問 [1]

[1]

ア, 1	イ, 2	ウ $k^2 - \text{エ}$, $4k^2 - 3$
$\frac{\sqrt{\text{オ}}}{\text{カ}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$	キ, 0	ク, 3

[2]

[2]

ケ, 3

コ, 2

サ $\sqrt{\text{シス}}$, $3\sqrt{33}$

$\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}$, $\frac{1}{2}$

第3問

アイ, 12

$\frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$, $\frac{1}{2}$

オカ, 26

キ, 4

$\frac{\text{クケ}}{\text{コ}}$, $\frac{63}{8}$

第4問

アイ, DG または GD

ウエ, FG または GF

オ, 4

\triangle カキク, \triangle AGC

\angle ケコサ, \angle AGD または \angle CGF または \angle DGA または \angle FGC

第5問

ア, 1

イ, 7

ウ, 0

エ, 8

$\text{オ} \leq B \leq \text{カ}$, $3 \leq B \leq 6$

$\text{キ} \leq C \leq \text{ク}$, $4 \leq C \leq 6$

ケ, 7

コ, 4

サ, 4