Visual Memory Chart 関数の極限 タイプ別 早見チャート

関数の極限を求める問題の解法には，主に下記７つのタイプがある。

Ⅰ．式変形タイプ……簡単な式変形によって解くタイプ。主に下記３つのタイプがある。

ⅰ．因数分解・約分タイプ …… 分数の形で，分母・分子（またはどちらか）を因数分解して約分することによって，不定形を解消して，代入して解くタイプ。

$x \to a$ の極限で，$\frac{0}{0}$ の不定形になる場合に考える。「因数分解」→「約分」→「代入」とイメージ！

ⅱ．1番強い項でくくるタイプ … 1番強い項（次数が高い）でくくる（分数の場合は，分母の1番強い項で，分母・分子を割ると考えても同じ）ことによって解くタイプ。

$x \to \infty$ の極限で，$\frac{\infty}{\infty}$ や $\infty - \infty$ の不定形になる場合に考える。 $x \to \pm\infty$ のときは $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^k} = 0$（$k$ は自然数） を使うことがポイント！

ⅲ．有理化タイプ …… 有理化することによって，不定形を解消して解くタイプ。

無理式が入っている不定形の場合に考える。 $\frac{0}{0}$ の不定形は，「約分」→「不定形解消」に，$\infty - \infty$ の不定形は，「ⅱ．1番強い項でくくるタイプ」になることが多い。

Ⅱ．三角関数の極限公式タイプ …… 三角関数の極限公式を用いて解くタイプ。

三角関数を含む不定形の極限のときに考える。

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ の公式が使えるように変形することがポイント！

準公式として $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ の公式も覚えるとよい。

使い方のイメージ

$\frac{\sin ★}{★}\left(\frac{★}{\sin ★}\right)$ の形を作って

★→0のとき，極限値は 1 ！

Ⅲ．はさみうちの原理タイプ …… はさみうちの原理を用いて解くタイプ。

『数列の極限』等，直接極限を求めることができないときに使う。ガウス記号を含むときや「$x \to \infty$ で『（減少関数）×（周期関数）』」 例：$\lim_{x \to \infty} e^{-x} \sin x$，$\lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x}$ のときに考える。

はさみうちの原理 $f(x) \leqq g(x) \leqq h(x)$ のとき，$\lim_{x \to \infty} f(x) = \alpha$ かつ $\lim_{x \to \infty} h(x) = \alpha$ ならば $\lim_{x \to \infty} g(x) = \alpha$

Ⅳ．微分係数の定義タイプ …… 微分係数の定義を用いて解くタイプ

微分係数の定義 $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ にあてはまるときに使う。

Ⅴ．e に関する極限公式タイプ …… e に関する極限公式を用いて解くタイプ。

1^{∞} の不定形の極限は $\lim_{x \to \infty}\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ $\lim_{x \to 0}(1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$ の公式を用いて解くことを考える。

対数関数を含む不定形の極限は $\lim_{x \to 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$ の公式を用いて解くことを考える。

指数関数を含む不定形の極限は $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ の公式を用いて解くことを考える。

Ⅵ．平均値の定理タイプ …… 平均値の定理を用いて解くタイプ。 ※関数の極限では省略。

Ⅶ．区分求積法タイプ …… 区分求積法を用いて解くタイプ。 ※関数の極限では省略。