Visual Memory Chart 円「円の方程式を求めよ」問題 編

公式

●円の方程式●

中心 (a, b)，半径 r の円の方程式

- 標準形　$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$
- 一般形　$x^2+y^2+Ay+Bx+C=0$

●2点間の距離の公式●

2点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ 間の距離は

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

●中点の公式●

2点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ の中点Mの座標は

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

●点と直線の距離の公式●

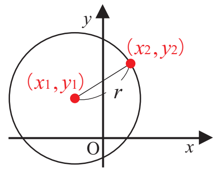
点 $P(x_1, y_1)$ と
直線 l：$ax+by+c=0$ との距離は

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Ⅰ. 中心の座標と1点の座標がわかっているパターン。

★問題例：中心が $(-2, 6)$ で点 $(1, 10)$ を通る円の方程式を求めよ。 → 実践例題①参照

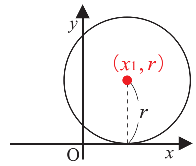
解法　中心の座標と1点との距離を「2点間の距離の公式」から求める。この距離が半径 r。



Ⅱ. 中心の座標がわかり，x軸（y軸）に接するパターン。

★問題例：中心 $(1,2)$ で y軸に接する円の方程式を求めよ。 → 実践例題①参照

解法　x軸に接する→「中心の y 座標の絶対値」が半径 r となる。（y軸→「中心の x 座標の絶対値」）

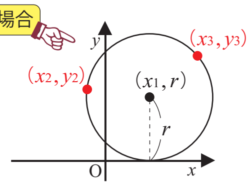


Ⅲ. 2点の座標がわかり，x軸（y軸）に接するパターン。

x軸に接する場合

★問題例：2点 $(-1,8)$，$(6,1)$ を通り x軸（y軸）に接する円の方程式を求めよ。 → 実践例題①参照

解法
- STEP1　x軸に接する→中心の座標が $(a, \pm r)$ と表せる。（y軸→中心の座標が $(\pm r, b)$）
- STEP2　$(x-a)^2+(y-r)^2=r^2$ と表せるので，この式に2点を代入して $a(b)$，r を求める。

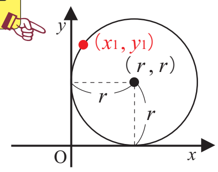


Ⅳ. 1点の座標がわかり，x軸とy軸に接するパターン。

第一象限に中心がある場合

★問題例：点 $(-3,6)$ を通り，x軸およびy軸に接するような円の方程式を求めよ。 → 実践例題②参照

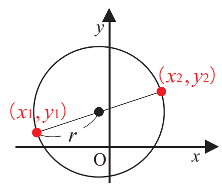
解法
- STEP1　図を描いて，円の中心がどの象限にあるかを求める。中心が第1象限→中心の座標が (r, r) と表せる。（第2象限→$(-r, r)$，第3象限→$(-r, -r)$，第4象限→$(r, -r)$，）
- STEP2　$(x-r)^2+(y\pm r)^2=r^2$ と表せるので，この式に1点を代入して r を求める。



Ⅴ. 2点の座標を直径の両端とするパターン。

★問題例：2点 $(-3,6)$，$(3,-2)$ を直径の両端とする円の方程式を求めよ。 → 実践例題②参照

解法
- STEP1　2点の座標から「中点の公式」を使って，中心の座標を求める。
- STEP2　中心の座標と2点のうちの1点から「2点間の距離の公式」を使って半径 r を求める。

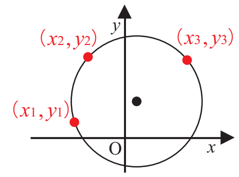


Ⅵ. 3点の座標がわかっているパターン。

類似問題
- 3直線の交点を円周上にもつ円。
- 3直線の交点でできる三角形の外接円。

★問題例：3点 $(0,0)$，$(2,1)$，$(-1,2)$ を通る円の方程式を求めよ。 → 実践例題②参照

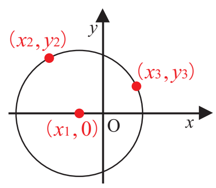
解法　3点を $x^2+y^2+Ay+Bx+C=0$ に代入して，A, B, C を求める。



Ⅶ. x軸（y軸）上に中心の座標があり，2点の座標がわかっているパターン。

★問題例：x軸上に中心があり，2点 $(2,-5)$，$(8,-1)$ を通る円の方程式を求めよ。 → 実践例題③参照

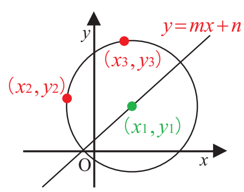
解法
- STEP1　x軸上にある中心の座標が $(a, 0)$ と表せる。（y軸上の場合は $(0, b)$）
- STEP2　$(x-a)^2+y^2=r^2$ と表せるので，この式に2点を代入して $a(b)$，r を求める。



Ⅷ. 直線 $y=mx+n$ 上にある中心の座標と2点の座標がわかっているパターン。

★問題例：直線 $x+y+1=0$ 上に中心があり，2点 $(1,1)$，$(2,4)$ を通る円の方程式を求めよ。 → 実践例題③参照

解法
- STEP1　中心の座標を $(a, am+n)$ とおく。
- STEP2　$(x-a)^2+\{y-(am+n)\}^2=r^2$ と表せるので，この式に2点を代入して a, r を求める。



Ⅸ. 中心の座標がわかり，直線 $ax+by+c=0$ に接するパターン。

★問題例：点 $(1,-1)$ を中心とし，直線 $3x-4y+3=0$ に接する円の方程式を求めよ。 → 実践例題③参照

解法　中心の座標と直線 $ax+by+c=0$ との距離を「点と直線との距離の公式」から求める。この距離が半径 r となる。