Visual Memory Chart 円「円の方程式を求めよ」問題 編

公式

円の方程式

中心(a, b)，半径rの円の方程式

標準形 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

一般形 $x^2+y^2+Ay+Bx+C=0$

2点間の距離の公式

2点A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)間の距離は

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

中点の公式

2点A(x_1, y_1)，B(x_2, y_2)の中点Mの座標は

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

点と直線の距離の公式

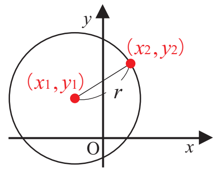
点P(x_1, y_1)と直線l：$ax+by+c=0$との距離は

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Ⅰ. 中心の座標と1点の座標がわかっているパターン。

★問題例：中心が$(-2, 6)$で点$(1, 10)$を通る円の方程式を求めよ。→ 実践例題①参照

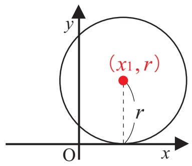
解法 中心の座標と1点との距離を「2点間の距離の公式」から求める。この距離が半径r。



Ⅱ. 中心の座標がわかり，x軸（y軸）に接するパターン。

★問題例：中心$(1, 2)$でy軸に接する円の方程式を求めよ。→ 実践例題①参照

解法 x軸に接する→「中心のy座標の絶対値」が半径rとなる。（y軸→「中心のx座標の絶対値」）



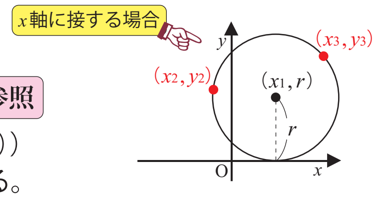
Ⅲ. 2点の座標がわかり，x軸（y軸）に接するパターン。

★問題例：2点$(-1, 8)$，$(6, 1)$を通りx軸(y軸)に接する円の方程式を求めよ。→ 実践例題①参照

解法

STEP1 x軸に接する→中心の座標が$(a, \pm r)$と表せる。（y軸→中心の座標が$(\pm r, b)$）

STEP2 $(x-a)^2+(y-r)^2=r^2$と表せるので，この式に2点を代入して$a(b)$，rを求める。



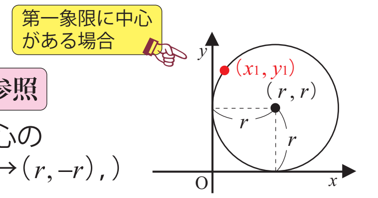
Ⅳ. 1点の座標がわかり，x軸とy軸に接するパターン。

★問題例：点$(-3, 6)$を通り，x軸およびy軸に接するような円の方程式を求めよ。→ 実践例題②参照

解法

STEP1 図を描いて，円の中心がどの象限にあるかを求める。中心が第1象限→中心の座標が(r, r)と表せる。（第2象限→$(-r, r)$，第3象限→$(-r, -r)$，第4象限→$(r, -r)$，）

STEP2 $(x-r)^2+(y\pm r)^2=r^2$と表せるので，この式に1点を代入してrを求める。



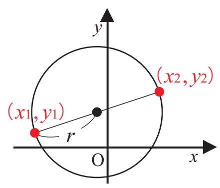
Ⅴ. 2点の座標を直径の両端とするパターン。

★問題例：2点$(-3, 6)$，$(3, -2)$を直径の両端とする円の方程式を求めよ。→ 実践例題②参照

解法

STEP1 2点の座標から「中点の公式」を使って，中心の座標を求める。

STEP2 中心の座標と2点のうちの1点から「2点間の距離の公式」を使って半径rを求める。

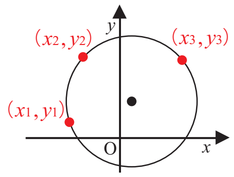


Ⅵ. 3点の座標がわかっているパターン。

類似問題
- 3直線の交点を円周上にもつ円。
- 3直線の交点でできる三角形の外接円。

★問題例：3点$(0, 0)$，$(2, 1)$，$(-1, 2)$を通る円の方程式を求めよ。→ 実践例題②参照

解法 3点を$x^2+y^2+Ay+Bx+C=0$に代入して，A, B, Cを求める。



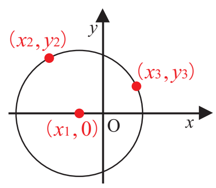
Ⅶ. x軸（y軸）上に中心の座標があり，2点の座標がわかっているパターン。

★問題例：x軸上に中心があり，2点$(2, -5)$，$(8, -1)$を通る円の方程式を求めよ。→ 実践例題③参照

解法

STEP1 x軸上にある中心の座標が$(a, 0)$と表せる。（y軸上の場合は$(0, b)$）

STEP2 $(x-a)^2+y^2=r^2$と表せるので，この式に2点を代入して$a(b)$，rを求める。



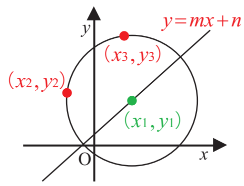
Ⅷ. 直線$y=mx+n$上にある中心の座標と2点の座標がわかっているパターン。

★問題例：直線$x+y+1=0$上に中心があり，2点$(1, 1)$，$(2, 4)$を通る円の方程式を求めよ。→ 実践例題③参照

解法

STEP1 中心の座標を$(a, am+n)$とおく。

STEP2 $(x-a)^2+\{y-(am+n)\}^2=r^2$と表せるので，この式に2点を代入して a, rを求める。



Ⅸ. 中心の座標がわかり，直線$ax+by+c=0$に接するパターン。

★問題例：点$(1, -1)$を中心とし，直線$3x-4y+3=0$に接する円の方程式を求めよ。→ 実践例題③参照

解法 中心の座標と直線$ax+by+c=0$との距離を「点と直線との距離の公式」から求める。この距離が半径rとなる。