

## 📖 相加平均と相乗平均とは？

2数  $a, b$  に対して,  $\frac{a+b}{2}$  を  $a$  と  $b$  の相加平均,  $a > 0, b > 0$  に対して  $ab$  を  $a$  と  $b$  の相乗平均という。

## 📖 相加平均と相乗平均の関係

$$a \geq 0, b \geq 0, \text{ のとき, } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad (a+b \geq 2\sqrt{ab}) \quad \text{等号は, } a=b \text{ のとき成立。}$$

## 📖 相加相乗平均のを使う際の見分け方のポイント

- ① 文字に正という条件がある。
- ② 「最小値(最大値)を求めよ。」, 不等式の証明, 大小比較の問題である。
- ③ 下記タイプの式の形になっている。

## 📖 Group・タイプ別・解法の手順。

『範囲 ( $x > 0$  等), 「式の形」の最小値(最大値)を求めよ。』『不等式…を証明せよ。』等の問題。

### 基本タイプ

🔗 基本タイプの解法の手順

$$\bullet x + \frac{\blacktriangle}{x} + \blacksquare$$

STEP1  $\bullet x, \frac{\blacktriangle}{x}$  が正であることを確認する。

STEP2 公式より  $\bullet x + \frac{\blacktriangle}{x} + \blacksquare \geq 2\sqrt{\bullet x \times \frac{\blacktriangle}{x}} + \blacksquare = 2\sqrt{\bullet \blacktriangle} + \blacksquare$  とする。

STEP3  $\bullet x = \frac{\blacktriangle}{x}$  の方程式を解いて, 範囲における  $x$  の値を求め, 等号成立を確認する。

➡ 実践例題①参照

## Group I 基本タイプを通分したタイプ。割り算(分解)をして基本タイプの形に戻せばよい。

### タイプ①

🔗 タイプ①の解法の手順

$$\bullet x^2 + \blacktriangle x + \blacksquare$$

★  $x$

STEP1 割り算をして, 基本タイプの形に変形する。

STEP2 基本タイプと同じ。(基本タイプ参照)

➡ 実践例題②参照

## Group II 基本タイプの分母の $x$ から★を引いたタイプ。範囲が「 $x > \star$ 」になっていることに注意！

### タイプ②

🔗 タイプ②の解法の手順

$$\bullet x + \frac{\blacktriangle}{x - \star} + \blacksquare$$

STEP1  $x - \star + \frac{\blacktriangle}{x - \star} + \blacksquare$  の形に変形する。 $x - \star$  を  $x$  とみると基本タイプの形になる。

STEP2 基本タイプと同じ。(基本タイプ参照)

➡ 実践例題③参照

### タイプ③

🔗 タイプ③の解法の手順

$$\bullet x^2 + \blacktriangle x + \blacksquare$$

★  $x$

STEP1 割り算をして, タイプ②の形に変形する。

STEP2 タイプ②と同じ。(タイプ②参照)

➡ 実践例題④参照

## Group III Group I の逆数をとったタイプ。『…の最大値を求めよ。』問題にすり変わる。

### タイプ④

🔗 タイプ④の解法の手順

$$\frac{x}{\bullet x^2 + \blacktriangle x + \blacksquare}$$

STEP1 分母・分子を  $x$  で割ると, 分母の部分が基本タイプの形になる。

STEP2 基本タイプと同じ。(基本タイプ参照)

$$\frac{\star}{\bullet x + \frac{\blacktriangle}{x} + \blacksquare}$$

➡ 実践例題⑤参照

## Group IV 基本タイプの $x$ の部分を, ある文字で置き換えたタイプ。タイプ⑤⑥は常に正より範囲が書いてない！

### タイプ⑤

$$\bullet x^2 + \frac{\blacktriangle}{x^2} + \blacksquare$$

### タイプ⑥

$$\bullet a^x + \frac{\blacktriangle}{a^x} + \blacksquare$$

### タイプ⑦

$$\bullet xy + \frac{\blacktriangle}{xy} + \blacksquare$$

### タイプ⑧

$$\bullet \frac{x}{y} + \frac{\blacktriangle}{\frac{y}{x}} + \blacksquare$$

🔗 タイプ⑤⑥⑦⑧の解法の手順

STEP1 置き換えた文字を  $x$  と見ると, 基本タイプの形になる。

STEP2 基本タイプと同じ。(基本タイプ参照)

### タイプ⑨

$$\bullet x^4 + \blacktriangle x + \blacksquare$$

★  $x^2$

🔗 タイプ⑨の解法の手順

STEP1 3つの項に分解すると, タイプ⑤の形になる。

STEP2 タイプ⑤と同じ。(タイプ⑤参照)

➡ 実践例題⑥参照

### タイプ⑩

$$\left(\bullet x + \frac{\blacktriangle}{x}\right) \left(\blacksquare x + \star \frac{1}{x}\right)$$

### タイプ⑪

$$\left(\bullet a^x + \blacktriangle\right) \left(\blacksquare \frac{1}{a^x} + \star\right)$$

### タイプ⑫

$$\left(\bullet x + \frac{\blacktriangle}{y}\right) \left(\blacksquare y + \star \frac{1}{x}\right)$$

### タイプ⑬

$$\left(\bullet x + \blacktriangle y\right) \left(\blacksquare \frac{1}{x} + \star \frac{1}{y}\right)$$

🔗 タイプ⑩⑪⑫⑬の解法の手順

STEP1 展開して整理すると, それぞれタイプ⑤⑥⑦⑧と同じになる。

STEP2 タイプ⑤⑥⑦⑧と同じ。(タイプ⑤⑥⑦⑧参照)