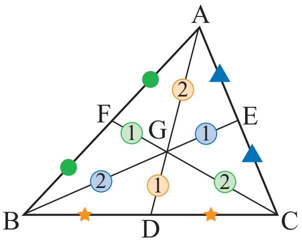
Visual Memory Chart

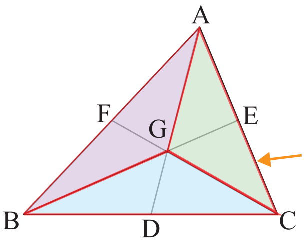
三角形の５心

オイラー線 / 詳細 / 外心②

正三角形の四心（内心, 外心, 垂心, 重心）は一致し,
内心, 外心, 垂心, 重心のうち２つが一致すれば正三角形となる。

重心 (G)





定理

3つの頂点と対辺の中点を結ぶ中線の交点。

性質

①Gは中線を頂点の方から2：1の比に内分する。 詳細 実践例題 重心①, ②

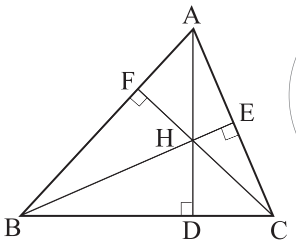
②△GAB = △GBC = △GCA

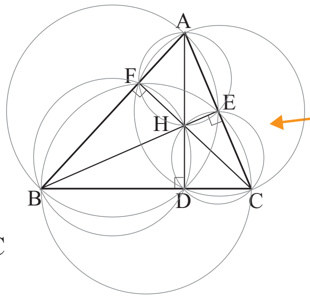
③平面上の点Pについて, $AP^2+BP^2+CP^2$ の値は P = G のとき, 最小となる。

④三角形（均一な材質で厚さが一様の板）はGを支点にしてバランスがとれる。

⑤△ABCの重心は, 各辺の中点同士を結んでできる三角形の重心と一致する。

垂心 (H)





定理

３つの頂点から対辺に下ろした垂線の交点。

性質

A, B, Cから対辺に下ろした垂線の足をそれぞれD, E, Fとする。

①頂点の組
（B, D, H, F），（C, E, H, D），（A, F, H, E），（A, B, D, E），（B, C, E, F），（C, A, F, D）が作る四角形は, 円に内接する。

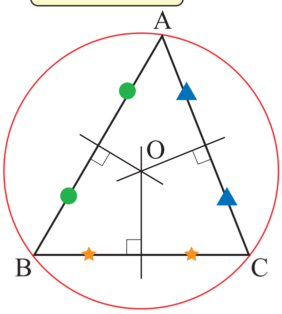
②鋭角三角形において, 辺BC, CA, AB上にそれぞれ点をとる。この３点が作る三角形の周が一番 短くなるのは, ３点がD, E, Fに一致するのときである。

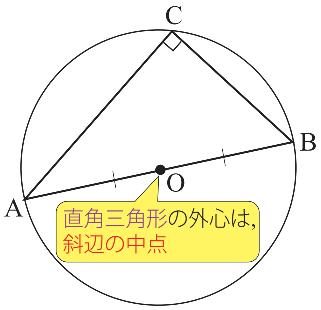
③△ABCが鋭角三角形のとき, Hは△DEFの内心となり, 鈍角三角形のとき, Hは△DEFの傍心となる。

④垂心は鋭角三角形は三角形の内部, 鈍角三角形は外部, 直角三角形は頂点上にある。

外心 (O)

外心は△ABCの外接円の中心





定理

３つの辺の垂直２等分線の交点。

性質

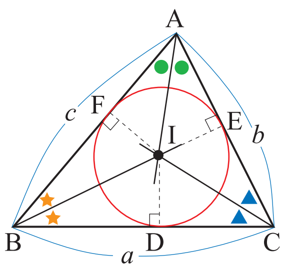
①Oを中心として３頂点を通る円を描くことができる。（Oは△ABCの外接円の中心）

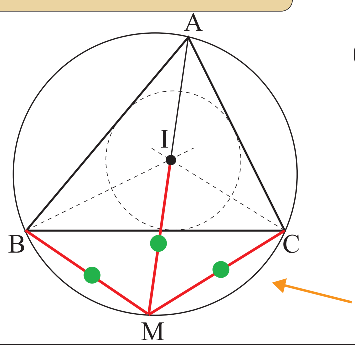
②OA = OB = OC より△OAB，△OBC，△OCA は二等辺三角形となる。

③外心は鋭角三角形は三角形の内部, 鈍角三角形は外部, 直角三角形は, 斜辺の中点にある。

内心 (I)

内心は△ABCの内接円の中心





定理

３つの内角の２等分線の交点。

性質

△ABCの内接円とBC, CA, ABとの接点をD, E, Fとする。

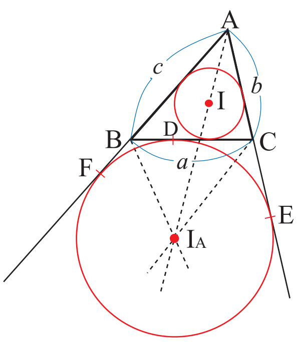
①Ｉを中心として各辺に接する円を描くことができる。（Ｉは△ABCの内接円の中心）

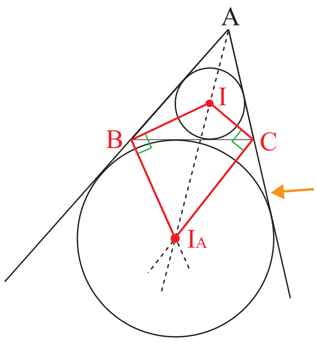
②面積をS, 内接円の半径 r, ３辺を a, b, c とすると $r=\dfrac{2S}{a+b+c}$ 詳細 実践例題 内心③

③ $AE=AF=\dfrac{1}{2}(b+c-a)$ 詳細 実践例題 内心④

④AIの延長線と△ABCの外接円の交点をMとすると, MB = MC = MI

傍心 (I_A, I_B, I_C)





定理

三角形の１つの内角の２等分線と他の２つの角の外角の２等分線の交点。

性質

①A, I, I_A は１直線上にある。

② I_A を中心に各辺または各辺の延長線に接する円を描くことができる。
この円を傍接円といい, １つの三角形には傍接円が３つある。（I_A は傍接円の中心）

③∠Aに関する傍接円の半径を r_A とすると $r_A=\dfrac{2S}{b+c-a}$ 詳細 実践例題 傍心①

④ $\angle IBI_A=\angle ICI_A=90^\circ$ 詳細 実践例題 傍心②

⑤ $AE=AF=\dfrac{1}{2}(a+b+c)$, $BD=\dfrac{1}{2}(a+b-c)$

⑥ $\triangle I_AI_BI_C$ の垂心は I である。 詳細 実践例題 傍心③

⑦ $\angle BIC=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle BAC$, $\angle BI_AC=90^\circ-\dfrac{1}{2}\angle BAC$

⑧ $\angle BI_BC=\angle BI_CC=\dfrac{1}{2}\angle BAC$